Spline-Interpolation

Tobias Jahnke and Marcel Mikl

Karlsruher Institut für Technologie

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Problemstellung

Betrachte drei verschiedene Funtionen auf dem Intervall $[-1, 1]$:

$$f(x) = \sin(\pi x) + \sin^2(x) \qquad \text{(glatt)}$$

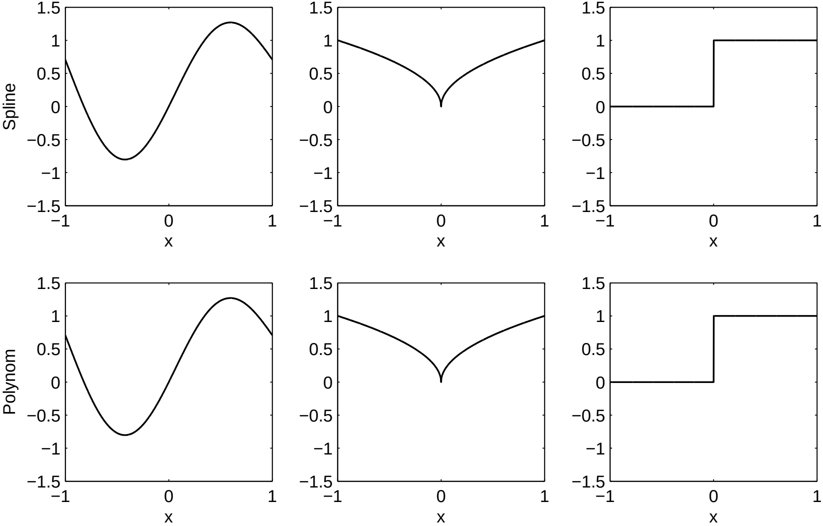
$$f(x) = \sqrt{|x|} \qquad \text{(stetig)}$$

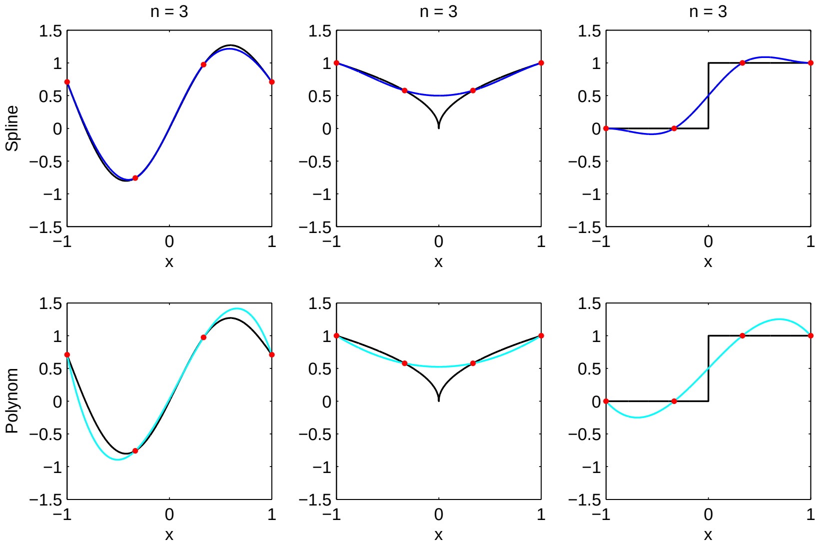
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \mathit{sonst} \end{cases} \qquad \text{(nicht stetig)}$$

Interpoliere die Funktion jeweils mit äquidistanten Stützstellen

$$-1 = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = 1, \qquad n = 3, 5, 10, 20, 40, \ldots$$

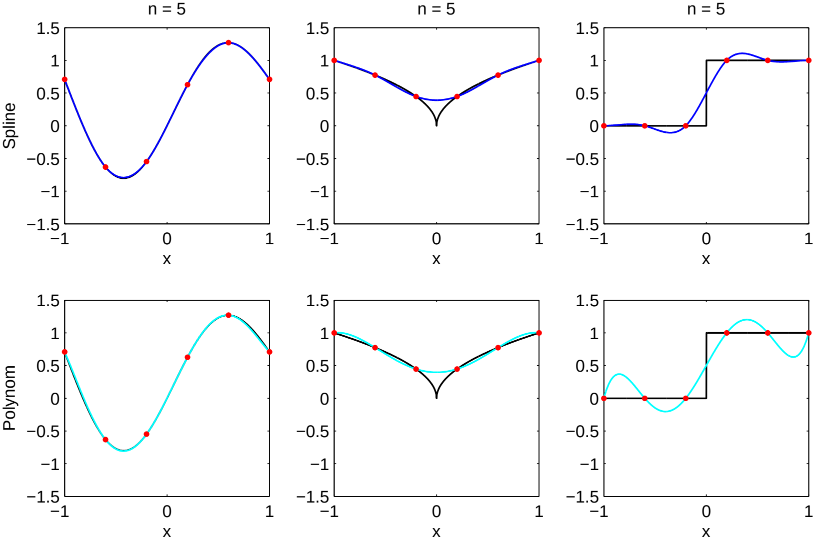
Oben: Splineinterpolation. Unten: Polynominterpolation.


Spline
Polynom
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−1
0
1
x



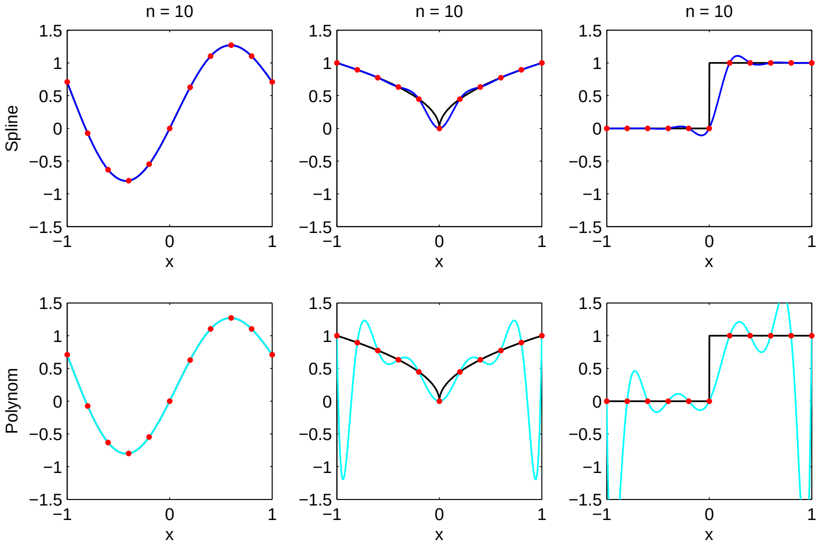
schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom



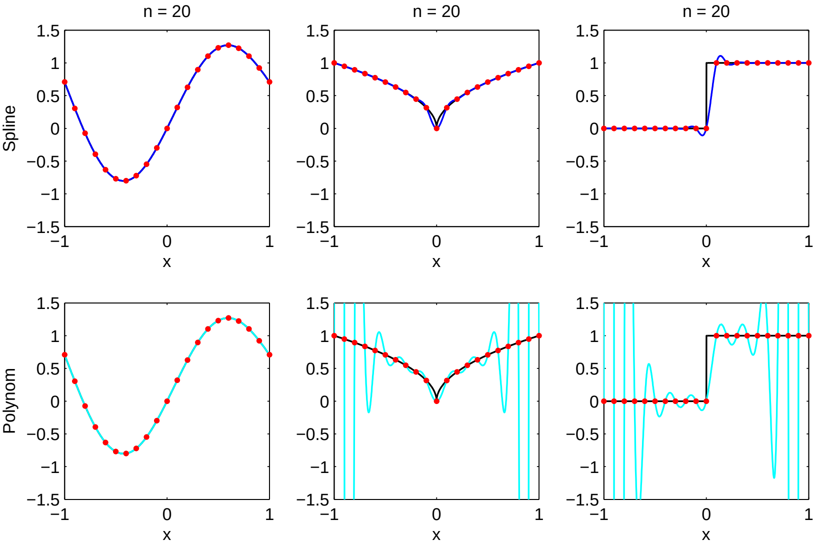
schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom



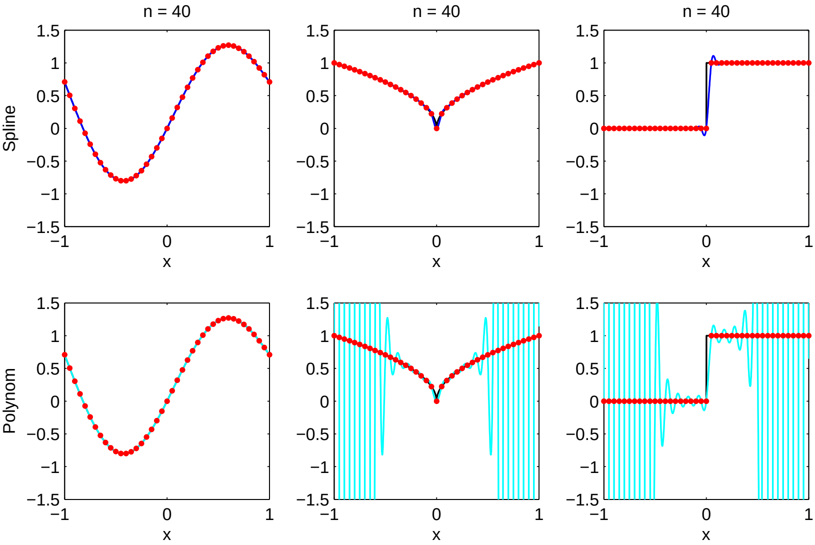
schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom



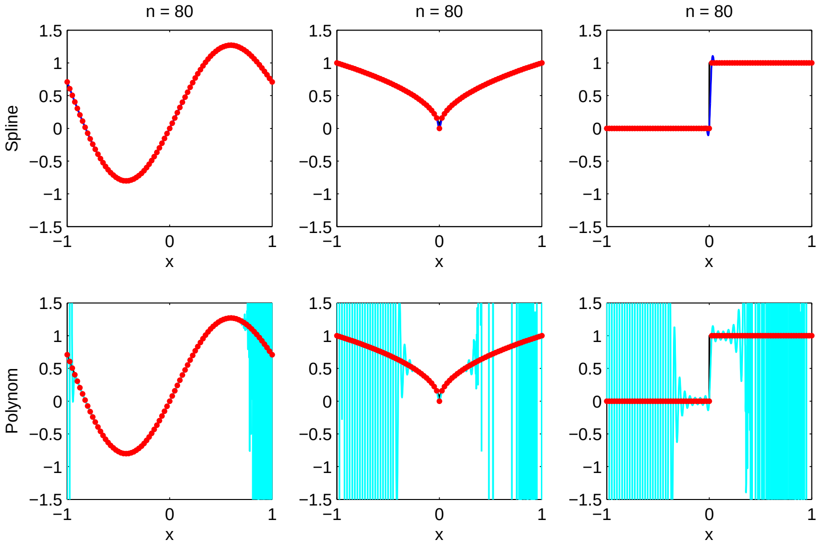
schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom



schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

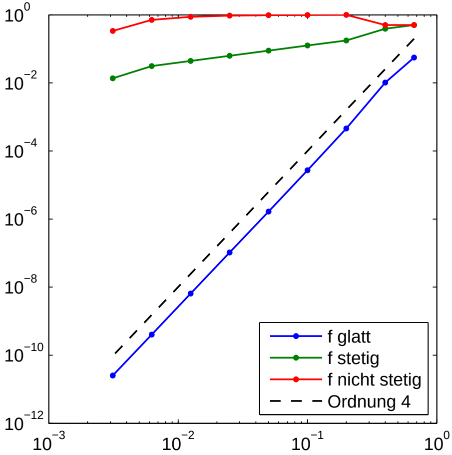
dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom



schwarz: gegebene Funktion
rot: Interpolationspunkte

dunkelblau: Spline
hellblau: Interpolationspolynom

Konvergenz der Splineapproximation



Fehler der Splineinterpolation

$$\sup_{x\in[-1,1]} |f(x) - s(x)|$$

in logarithmischen Achsen.

Die gestrichelte Gerade ist die Funktion $h \mapsto h^4$.

Vgl. Satz 2.30.

Spline-Interpolation

Tobias Jahnke and Marcel Mikl

Karlsruher Institut für Technologie

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15