

A4

$$i) \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \approx \sum_{i=1}^2 b_i f(c_i) = \dots \approx 1,633$$

$$ii) \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \int_{-1}^1 w(x)(1-x^2) dx \\ \approx \sum_{i=1}^2 b_i f(c_i) = \dots = \frac{\pi}{2} (\approx 1,5708)$$

=> ii) liefert exakten Wert (Stichwort Regularität)

A5

a) skript

b) - Zeige  $k_4(z) \leq 0 \quad z \in [0,1]$  durch Fallunterscheidung  
1. Fall  $z \in [0, \frac{1}{2}]$ , 2. Fall  $z \in [\frac{1}{2}, 1]$

- Damit kann  $d_4 = \int_0^1 k_4(z) dz$  leicht berechnet werden (Korollar 1.12, Bsp 1.13)

A6

-  $\phi_n$  sind orthonormal, damit gilt die Rekursionsformel

$$\beta_{n+1} \phi_{n+1}(x) = (x - \alpha_n) \phi_n(x) - \beta_n \phi_{n-1}(x)$$

- Zeige Identität mit vollst. Induktion unter Verwendung der Rekursionsformel