A7 Lagrange - Polynome

i) $\ell_0(x) = -\frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$

$\ell_1(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 5x^2 + 6x)$

$\ell_2(x) = -\frac{1}{2}(x^3 - 4x^2 + 3x)$

$\ell_3(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 3x^2 + 2x)$

ii) Newton - Schema

x_i	y_i	δy	$\delta^2 y$	$\delta^3 y$
0	-6			
		8		
1	2		$-\frac{9}{2}$	
		-1		2
2	1		$\frac{3}{2}$	
		2		
3	3			

Damit $p(x) = 2x^3 - \frac{27}{2}x^2 + \frac{33}{2}x - 6$

A8 Aitken-Neville

x_i	$P_{i_0}(7)$	$P_{i_0,i_1}(7)$	$P_{i_0,i_1,i_2}(7)$
1	1		
		3	
4	2		$\frac{27}{10}$
		$\frac{13}{5}$	
9	3		

Newton

x_i	y_i	δy	$\delta^2 y$
1	1		
		$\frac{1}{3}$	
4	2		$-\frac{1}{60}$
		$\frac{1}{5}$	
9	3		

Beide liefern $P_2(7) = \frac{27}{10} = 2{,}7$

A9 a) - setze $x = \cos \varphi$, $\varphi \in [0, \pi]$

Dann gilt $x \in [-1, 1]$ und $\varphi = \arccos x$

- Ansatz $2x\,T_n(x) - T_{n-1}(x) \overset{\text{Def}}{=} \ldots \overset{\text{Hinweis}}{=} \ldots = T_{n+1}(x)$

b) - vollst Induktion

c) $\langle T_k, T_\ell \rangle = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cos(k \arccos x) \cos(\ell \arccos x)\, dx$

$\overset{x = \cos t}{=} \ldots$

$\cos(kt)\cos(\ell t) = 2\left(\cos((k-\ell)t) + \cos((k+\ell)t)\right)$

$= \ldots$

$= 0$