

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Tutorium 1

Aufgabe 1 (Quadraturformel)

Für eine dreistufige Quadraturformel ($s = 3$) seien die Knoten $c_1 = 0$ und $c_3 = 1$ gegeben.

- Wie ist die Ordnung einer Quadraturformel definiert?
- Bestimmen Sie den Knoten c_2 sowie die Gewichte b_1 , b_2 und b_3 so, dass die Ordnung der Quadraturformel maximal wird.
Wie groß ist die Ordnung Ihrer Quadraturformel?

Aufgabe 2 (Fehlerabschätzung)

Zeigen Sie, dass für eine Funktion $f \in C^2([a, b])$ die Fehlerabschätzung

$$\left| \int_a^b f(x) dx - (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right) \right| \leq \left| \frac{f''(\xi)}{3} \right| \left(\frac{b-a}{2}\right)^3, \quad \xi \in (a, b)$$

für die Mittelpunktsregel gilt. Verwenden Sie dazu die Taylorentwicklung von f .

Aufgabe 3 (Lagrange Polynome)

Sei eine s -stufige Quadraturformel $(b_j, c_j)_{j=1}^s$ von der Ordnung $p \geq s$ gegeben. Zeigen Sie: Falls für die Knoten der Quadraturformel der Zusammenhang $c_j = 1 - c_{s+1-j}$, für $j = 1, \dots, s$ gilt, dann gilt für die Gewichte der Zusammenhang $b_j = b_{s+1-j}$, für $j = 1, \dots, s$.

Die Aufgaben werden am

- **Donnerstag, den 30. Oktober 2014, 15:45 Uhr,**
- **Freitag, den 31. Oktober 2014, 15:45 Uhr,**
- **Montag, den 3. November 2014, 11:30 Uhr,**
- **Mittwoch, den 5. November 2014, 08:00 Uhr**

in den Theorietutorien besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.