

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Tutorium 3

Aufgabe 7 (Interpolationspolynome)

Seien die Daten

x_j	0	1	2	3
y_j	-6	2	1	3

gegeben. Berechnen Sie das kubische Interpolationspolynom

- mit der Formel von Lagrange,
- mit dem Newton-Schema,

Erläutern Sie, wie Sie mit den verschiedenen Verfahren Ihr Interpolationspolynom am einfachsten anpassen können, wenn zur obigen Tabelle ein weiterer Stützpunkt (x_4, y_4) hinzugefügt wird.

Aufgabe 8 (Interpolationspolynome auswerten)

Approximieren Sie den Wert der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ an der Stelle 7 durch Interpolation der Daten an den Stellen $x_1 = 1$, $x_2 = 4$ und $x_3 = 9$ und vergleichen Sie mit dem exakten Wert $\sqrt{7} \approx 2.6457513$.

- Verwenden Sie Aitken-Neville-Interpolation.
- Verwenden Sie Newton-Interpolation und das Horner-Schema für Newton'sche Interpolationspolynome.

Aufgabe 9 (Tschebyscheff-Polynome)

Für $n = 0, 1, \dots$ und $x \in [-1, 1]$ ist durch

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x)$$

das n -te Tschebyscheff-Polynom (1. Art) gegeben.

Zeigen Sie:

- Es gilt die Rekursionsformel

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad n \geq 1.$$

- Es gilt $T_n \in \mathcal{P}_n \setminus \mathcal{P}_{n-1}$.

- Die Tschebyscheff-Polynome T_0, T_1, \dots sind orthogonal bezüglich des Skalarprodukts

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} f(x)g(x)dx.$$

Hinweis: Es gilt $\cos((n+1)\phi) + \cos((n-1)\phi) = 2\cos(\phi)\cos(n\phi)$.

Die Aufgaben werden am

- **Donnerstag, den 27. November 2014, 15:45 Uhr,**
- **Freitag, den 28. November 2014, 15:45 Uhr,**
- **Montag, den 1. Dezember 2014, 11:30 Uhr,**
- **Mittwoch, den 3. Dezember 2014, 08:00 Uhr**

in den Theorietutorien besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.