

# Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

## Tutorium 6

### Aufgabe 15 (LR-Zerlegung)

(a) Geben Sie die Matrizen an, die bei Multiplikation der Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  von links, die folgenden elementaren Zeilenoperationen des LR-Algorithmus realisieren:

- (i) Vertauschung der  $i$ -ten mit der  $j$ -ten Zeile.
- (ii) Addition des  $\alpha$ -fachen der  $i$ -ten Zeile zur  $j$ -ten Zeile.
- (iii) Multiplikation der  $j$ -ten Zeile mit einer Zahl  $c$ .

(b) Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 8 & 7 \\ -2 & 2 & -1 & 4 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

Berechnen Sie eine Permutationsmatrix  $P$ , eine untere Dreiecksmatrix  $L$  und eine obere Dreiecksmatrix  $R$ , um eine Zerlegung der Matrix  $A$  in der Form  $PA = LR$  zu erhalten. Bestimmen Sie zudem  $\det(LR)$ .

### Aufgabe 16 (LR-Zerlegung)

Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \times & \times & \cdots & \cdots & \times \\ \times & \times & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \times & 0 & \cdots & 0 & \times \end{pmatrix},$$

in der nur an den mit  $\times$  gekennzeichneten Stellen von Null verschiedene Elemente stehen. Beschreiben Sie was passiert, wenn man die LR-Zerlegung ohne Pivottisierung von  $A$  berechnet. Was sollte man vor der Durchführung des Algorithmus machen?

### Aufgabe 17 (LR-Zerlegung)

Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulär und es existiere eine LR-Zerlegung  $A = LR$  ohne Pivottisierung. Zeigen Sie, dass in diesem Fall die LR-Zerlegung eindeutig bestimmt ist.

Die Aufgaben werden am

- **Donnerstag, den 22. Januar 2015, 15:45 Uhr,**
- **Freitag, den 23. Januar 2015, 15:45 Uhr,**
- **Montag, den 26. Januar 2015, 11:30 Uhr,**
- **Mittwoch, den 28. Januar 2015, 08:00 Uhr**

in den Theorietutorien besprochen.

#### Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.