

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 4

Aufgabe 10 (Splineinterpolation)

Aus der Vorlesung sind natürliche, eingespannte und periodische Splines bekannt. In der Praxis sind natürliche Randbedingungen oft unpraktikabel und es liegt keine Information über die erste oder zweite Ableitung vor. In diesem Fall verwendet man bei der Splineinterpolation häufig die sogenannten “not-a-knot”-Bedingungen

$$s_1'''(x_1) = s_2'''(x_1) \quad \text{und} \quad s_{n-1}'''(x_{n-1}) = s_n'''(x_{n-1}).$$

Diese besagen, dass der Spline auf den beiden Teilintervallen $[x_0, x_2]$ und $[x_{n-2}, x_n]$ durch je ein einziges kubisches Polynom gegeben ist.

- Stellen Sie für die äquidistante Zerlegung $x_k = x_0 + kh$ für $k = 0, \dots, n$ das Gleichungssystem für den interpolierenden kubischen Spline mit den “not-a-knot”-Bedingungen auf.
- Begründen Sie, dass eine eindeutige Lösung für das Gleichungssystem aus (b) existiert.

Aufgabe 11 (Splineinterpolation)

Ziel dieser Aufgabe ist es, die Auswirkung einer Störung der Ableitung am Rand auf den interpolierenden Spline zu untersuchen. Betrachten Sie dazu die äquidistante Zerlegung $x_j = x_0 + jh$ für $j = 0, \dots, n$ und den kubischen Spline s mit

$$s(x_j) = 0 \quad \text{für} \quad j = 0, \dots, n$$

und den Randbedingungen

$$s'(x_0) = 0 \quad \text{und} \quad s'(x_n) = \varepsilon > 0.$$

In Beispiel 2.27 der Vorlesung wurde für diesen Fall ein vereinfachtes Gleichungssystem hergeleitet. Zeigen Sie:

- Die Koeffizienten d_k des Gleichungssystems definiert durch

$$d_1 = 4, \quad d_{k+1} = 4 - \frac{1}{d_k} \quad \text{für} \quad k = 1, \dots, n-2$$

bilden eine monoton fallende Folge mit dem Grenzwert $2 + \sqrt{3}$.

- Die Steigungen v_{n-k} für $k = 1, \dots, n-2$ fallen mit wachsendem k exponentiell ab.

Die Aufgaben werden am **Mittwoch, den 10. Dezember 2014, 09:45 Uhr** in der zentralen Übung besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.