

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 5

Aufgabe 12 (Neumann-Reihe)

Sei $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Einheitsmatrix und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\|A\| < 1$ für eine beliebige induzierte Matrixnorm $\|\cdot\|$. Zeigen Sie, dass die Matrix $(I_n - A)$ invertierbar ist und der Zusammenhang

$$(I_n - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

gilt.

Aufgabe 13 (Kondition einer Matrix)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Kondition $\kappa_{\infty}(A) = \|A\|_{\infty} \|A^{-1}\|_{\infty}$.

Aufgabe 14 (Störungslemma)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär und $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und es gelte

$$\|A - B\| < \frac{1}{\|A^{-1}\|}.$$

Zeigen Sie, dass B regulär ist und die Abschätzung

$$\|B^{-1}\| \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \|A - B\|}$$

gilt.

Die Aufgaben werden am **Mittwoch, den 7. Januar 2015, 09:45 Uhr** in der zentralen Übung besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.