

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 6

Aufgabe 15 (Vorwärts-/Rückwärtsanalyse)

- (a) Erklären Sie mithilfe einer Grafik die Idee der Vorwärts- bzw. Rückwärtsanalyse.
(b) Gegeben sei der Algorithmus

- 1) $p = a \cdot a$
- 2) $d = p - b$
- 3) $w = \sqrt{d}$
- 4) $y = a - w$

zur Berechnung von $y = a - \sqrt{a^2 - b}$. Führen Sie eine Rückwärtsanalyse dieses Algorithmus durch.

Aufgabe 16 (LR-Zerlegung für Bandmatrizen)

Sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit unterer Bandbreite $p \geq 1$ und oberer Bandbreite $q \geq 1$ gegeben. Das heißt $a_{ij} = 0$ für $i > j + p$ und $a_{ij} = 0$ für $j > i + q$. Es existiere eine LR-Zerlegung $A = LR$ von A . Zeigen Sie, dass die Matrix L die untere Bandbreite p und die Matrix R die obere Bandbreite q hat.

Aufgabe 17 (LR-Zerlegung)

- (a) Sei durch $A = LR$ die LR-Zerlegung der Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit der Eigenschaft $|l_{ij}| \leq 1$. Zeigen Sie, dass

$$\max_{i,j} |r_{ij}| \leq 2^{n-1} \max_{i,j} |a_{ij}|$$

- (b) Zeigen Sie, für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ -1 & \cdots & -1 & 1 & 1 \\ -1 & \cdots & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

tritt in der Abschätzung aus (a) Gleichheit auf.

Die Aufgaben werden am **Mittwoch, den 21. Januar 2015, 09:45 Uhr** in der zentralen Übung besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.