

# Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

10. Übungsblatt

## Aufgabe 1: (4 Punkte)

Auf dem Intervall  $[a, b] = [-2, 1]$  betrachten wir die Funktion  $f(x) = \frac{1}{x+3}$  und die Interpolationspunkte  $t_0 = -2, t_1 = -1, t_2 = 0, t_3 = 1$ .

- Berechnen Sie die Lagrangeschen Interpolationspolynome zu den obigen Interpolationspunkten in der Koeffizientendarstellung.
- Bestimmen Sie das Interpolationspolynom  $p \in \mathcal{P}^3$  ebenfalls in der Koeffizientendarstellung.
- Berechnen Sie den Interpolationsfehler  $|f(x) - p(x)|$  an der Stelle  $x = -\frac{1}{2}$ .
- Nach einem Satz der Vorlesung kann der Interpolationsfehler durch

$$|f(x) - p(x)| \leq \frac{\sup_{\xi \in [a,b]} |f^{(n+1)}(\xi)|}{(n+1)!} \left| \prod_{j=0}^n (x - t_j) \right|$$

beschränkt werden. Welchen Wert liefert die rechte Seite für  $x = -\frac{1}{2}$ ?

## Aufgabe 2: (4 Punkte)

Wir wollen die Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = \sin(10t)$  an äquidistanten Stützstellen  $t_0 = 0, t_1 = \frac{1}{n}, \dots, t_n = 1$  interpolieren.

- Schreiben Sie eine Scilab-Funktion `coeffs = lagrange_coeff(t, i)`, welche Ihnen für  $i = 0, \dots, n$  die Koeffizienten der Lagrangeschen Interpolationspolynome  $L_{i,n}$  zu den in dem Vektor  $t \in \mathbb{R}^{n+1}$  gegebenen Stützstellen berechnet.
- Schreiben Sie eine Scilab-Funktion `value = myhorner(coeffs, x)`, die Ihnen ein solches durch seinen Koeffizientenvektor  $c \in \mathbb{R}^{n+1}$  gegebenes Polynom  $n$ -ten Grades an der Stelle  $x \in \mathbb{R}$  auswertet.
- Prüfen Sie für  $n = 10, 20, 40$  nach, ob die Auswertung `myhorner(lagrange_coeff(t, i),  $\frac{j}{n}$ )` auch wirklich  $\delta_{ij}$  ergibt. Was beobachten Sie und warum?
- Implementieren Sie eine Funktion `lagrange_gut(t, i, x)`, welche den Wert  $L_{i,n}(x)$  auf geschicktere Weise berechnet. Interpolieren Sie mit Hilfe von `lagrange_gut` die Funktion  $f$  für  $n = 40$ . Wie groß ist der Fehler an der Stelle  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ?

---

**Abgabe:** Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **3.7.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**