

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Bestimmen Sie $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ so, daß die Funktion $s_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$s_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}(x) := \begin{cases} (x+1)^4 + \alpha(x-1)^4 + 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ -x^3 - 8\alpha x + \beta, & 0 < x \leq 1 \\ \gamma x^3 + \delta x^2 + 14x - 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

ein kubischer Spline bezüglich des Gitters $\Delta := \{-1, 0, 1, 2\}$ ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Schreiben Sie ein Scilab-Programm, das $\int_a^b f(x) dx$ für gegebenes $s \in [0, 1]$ und $n \in \mathbb{N}$, $h = \frac{b-a}{n}$ in folgender Weise approximiert:

$$I := \int_a^b f(x) dx \approx Q_n := h \sum_{i=1}^n f(a + (i-1+s)h).$$

Sei nun $f(x) = \exp(x)$. Bearbeiten Sie nun folgende Aufgaben:

- Stellen Sie eine Tabelle des Fehlers $|I - Q_n|$ für den Fall $s = 0$ und $n = 10, 20, 40, 80$ auf.
- Stellen Sie eine weitere Tabelle für den Fall $s = \frac{1}{2}$ und $n = 10, 20, 40, 80$ auf.
- Stellen Sie noch eine Tabelle für den Fehler $I - Q_n$ und $n = 100, 200, 400, 800, 1600$ auf, wenn Q_n durch eine zufällige Wahl der Auswertepunkte $x_i \in [a, b]$ gegeben ist:

$$Q_n := \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i),$$

(Zur Auswahl zufälliger Punkte in $[0, 1]$ kann man die Funktion `rand()` verwenden.)

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **17.7.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitzen „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**