

## Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

3. Übungsblatt

### Aufgabe 1: (2 Punkte)

Berechnen Sie folgende Matrixnormen:

a)  $\left\| \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \right\|_1$

b)  $\left\| \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\|_2$

### Aufgabe 2: (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die zur Summennorm  $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$  gehörende Operatornorm durch das Maximum der Spaltensummen gegeben ist:

$$\|A\|_1 = \max_{j=1, \dots, n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

### Aufgabe 3: (2 Punkte)

a) Berechnen Sie die absolute und relative Kondition der Auswertung der Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad x \mapsto \log(1+x)$$

in Abhängigkeit von  $x > 0$ .

b) Nun werde  $f(x)$  wie folgt ausgewertet:  $x \xrightarrow{f_1} y = 1+x \xrightarrow{f_2} \log(y)$ .

Warum ist dieser Algorithmus nicht stabil für kleine  $x$  (bezüglich des relativen Fehlers)?

### Aufgabe 4: (2 Punkte)

Es sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto (Ax, x)$  für  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ , wobei  $(\cdot, \cdot)$  das Euklidische Skalarprodukt bezeichnet.

a) Berechnen Sie die Ableitung  $Df : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{1 \times 2}$ .

b) Die Transponierte  $\nabla f = (Df)^t$  ist dann eine Abbildung  $\nabla f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , welche man wiederum ableiten kann. Berechnen Sie auch die Ableitung  $D(\nabla f) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

---

**Abgabe:** Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **15.5.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.** Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).