

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

6. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar. Zeigen Sie, dass die Zerlegung $A = QR$ mit orthogonaler Matrix Q und rechter oberer Dreiecksmatrix R mit positiver Diagonale eindeutig ist.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Um den Standort des Piratensenders "Radio Powerplay" festzustellen, werden fünf Peilwagen eingesetzt, mit denen die Richtungen zum Sender ermittelt werden. Die Aufstellung der Wagen ist in einem (x, y) -Koordinatensystem gegeben, und die Peilungen sind als Winkel $0 \leq \varphi < 360$ Grad bezüglich der y -Richtung im Uhrzeigersinn angegeben (so wie die Kompassrose: Nord ist 0 Grad, Ost ist 90 Grad, Süd ist 180 Grad und West ist 270 Grad).

Peilwagen	A	B	C	D	E
x -Koordinate	2	3.5	7.5	9	6.5
y -Koordinate	3.5	9.5	9.5	5	1.5
Peilwinkel	68°	146°	192°	288°	0°

- (1 Punkt) Stellen Sie die Situation graphisch dar und schätzen Sie die Koordinaten des Senders.
- (2 Punkte) Jede Peilung entspricht einer Geradengleichung $(\vec{x} - \vec{x}_{\text{Peilwagen}}) \cdot \vec{n}_{\text{Peilrichtung}} = 0$ in den Unbekannten $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Die Senderkoordinaten sollen alle diese Gleichungen möglichst gut erfüllen, was ein überbestimmtes lineares System ergibt. Stellen Sie dieses System auf. $\vec{n}_{\text{Peilrichtung}} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{pmatrix}$ ist eine Normale zur Peilrichtung.
- (2 Punkte) Berechnen und lösen Sie die Normalgleichung des Ausgleichsproblems mit Scilab. Geben Sie sowohl die Normalgleichung als auch ihre Lösung x an.
- (1 Punkt) Lösen Sie das Ausgleichsproblem analog zum Beispiel im Skript (Motor) durch eine (dünne) QR-Zerlegung. Geben Sie auch hier Q und R an.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **5.6.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.** Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).