

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

7. Übungsblatt

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Wir interessieren uns für das im Skript beschriebene Verhalten des Newton-Verfahrens, wenn man versucht, die Lösung 0 des Problems $f(x) = \tanh(x) = 0$ zu approximieren.

- Stellen Sie die Iterationsvorschrift des (ungedämpften) Newton-Verfahrens für dieses Problem auf.
- Leiten Sie aus der Iterationsvorschrift eine möglichst einfache nichtlineare Gleichung her, deren Lösung ξ folgendes erfüllt:

$$x_0 \in (-\xi, \xi) \quad \Leftrightarrow \quad \text{die Newton-Iteration mit Startwert } x_0 \text{ konvergiert.}$$

- Berechnen Sie ξ exakt oder mit einem numerischen Verfahren Ihrer Wahl auf mindestens 10 Stellen genau. Beschreiben Sie im zweiten Fall auch das numerische Verfahren — die Zahl alleine reicht nicht.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Gegeben seien die Kurven

$$g : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, s \mapsto \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos s \\ \sin s \end{pmatrix}, \quad h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}.$$

Wir wollen Schnittpunkte dieser beiden Kurven mit Hilfe des Newton-Verfahrens finden.

- Zeichnen Sie ein Schaubild.
- Finden Sie ein nichtlineares Gleichungssystem $F(x) = 0$ mit $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dessen Lösungen die Schnittpunkte sind.
- Geben Sie die Newton-Iterationsvorschrift für dieses Nullstellenproblem an.
- Berechnen Sie die Lösungen analytisch.
- Berechnen Sie drei Schritte des Verfahrens mit Startwert $x^{(0)} = (2, 2)^t$.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **15.6.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.** Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).