

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

8. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Schreiben Sie ein Scilab-Programm (oder kombinieren Sie die Funktionen aus dem Skript), welches die Nullstelle π der Funktion $f(x) = \sin x$ auf 6 Stellen genau berechnet mit

- der Intervallschachtelung zum Startintervall $[2, 4]$,
- mit der Fixpunktiteration $x_k = x_{k-1} + f(x_{k-1})$ zum Startwert $x_0 = 4$,
- mit dem Newton-Verfahren zum Startwert $x_0 = 4$.

Warum konvergiert hier die Fixpunktiteration genauso schnell wie das Newton-Verfahren?

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $g(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{16}x^4$.

- Zeigen Sie, dass $g(x)$ im Intervall $[0, 1]$ genau einen Fixpunkt x^* besitzt und dass die Fixpunktiteration $x_{n+1} = g(x_n)$ für jeden Startwert $x_0 \in [0, 1]$ gegen x^* konvergiert. Geben Sie auch die Kontraktionsrate θ an.
- Zeigen Sie, dass für eine Fixpunktiteration mit Kontraktionsrate $\theta < 1$ die Fehlerabschätzung $|x_n - x^*| \leq \frac{\rho^n}{1 - \rho} |x_1 - x_0|$ gilt.
- Geben Sie die Fehlerabschätzung für die Fixpunktiteration mit g explizit an. Nach wievielen Schritten ist der Fehler garantiert kleiner als $\varepsilon = 10^{-13}$?

Aufgabe 3: (1 Punkt)

Zur Bestimmung des Fixpunktes x^* der stetig differenzierbaren Abbildung $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $|\Phi'(x^*)| \neq 1$ seien die folgenden Iterationsvorschriften für $k = 0, 1, \dots$ definiert:

- $x_{k+1} := \Phi(x_k)$.
- $x_{k+1} := \Phi^{-1}(x_k)$.

Warum konvergiert garantiert eine der beiden beiden Iterationen lokal um x_* ?

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **19.6.2009, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.** Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).