

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss
Dipl.-Math. Markus Bürg

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

a) (2.5 Punkte) Die Funktion

$$f(t) := \frac{2}{3+t}$$

soll auf dem Intervall $[-2, 2]$ bezüglich der Stützstellen $t_0 := -2, t_1 := -1, t_2 := 1$ und $t_3 := 2$ interpoliert werden.

Zeigen Sie, dass für das Interpolationspolynom $p \in \mathcal{P}^3$ gilt:

$$\max_{t \in [-2, 2]} |f(t) - p(t)| \leq 8$$

b) (1.5 Punkte) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine beliebig oft differenzierbare Funktion. Weiter existiere eine Konstante $M > 0$, sodass

$$\max_{t \in [a, b]} |f^{(k)}(t)| \leq M^k$$

für alle $k \in \mathbb{N}_0$.

Zeigen Sie, dass die Interpolationspolynome $p_n \in \mathcal{P}^n$, $n \in \mathbb{N}$, von f bezüglich beliebiger Stützstellen $a = t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n = b$ für $n \rightarrow \infty$ auf $[a, b]$ gleichmäßig gegen f konvergieren.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

a) (2 Punkte) Die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(t) := \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

Bestimmen Sie den interpolierenden linearen Spline zu f bezüglich der Stützstellen $t_0 := -1, t_1 := -0.5, t_2 := 0, t_3 := 0.5$ und $t_4 := 1$.

b) (2 Punkte) Es sei $I = [0, 2]$, $\Delta = \{t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2\}$ und

$$S := \{s \in C^2(I) : s|_{[t_{i-1}, t_i]} \in \mathcal{P}^3, i = 1, 2, s''(0) = s''(2) = 0\}$$

Welche der folgenden Funktionen liegen in S und warum?

- (i) $f(t) = t^2(t - 6) - (t - 2)^2$
- (ii) $f(t) = \max\{0, t - 1\}^3 - \frac{1}{2}t^3$
- (iii) $f(t) = t^3 - t^2$
- (iv) $f(t) = (t - 1)^4 - 6(t - 1)^2$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **9.7.2010, 9.45 Uhr** in die Einwurfkästen "Numerik für die Fachrichtung Informatik und Ingenieurwesen" im 1. OG des Allianzgebäudes. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).