

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss
Dipl.-Math. Markus Bürg

3. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Bei ruhiger See (d.h. bei kugelförmiger Wasseroberfläche) blicken Sie durch ein Fernrohr an Deck eines Schiffes ($f = 9$ m über dem Wasserspiegel), welches sich bei klarer Nacht einem Leuchtturm nähert. Der Scheinwerfer befindet sich $s = 27$ m über dem Wasserspiegel und der Erdradius ist Ihnen mit $r = 6370$ km bekannt.

- a) (1 Punkt) Wie weit sind Sie vom Leuchtturm entfernt, wenn Sie den Scheinwerfer gerade aus dem Meer auftauchen sehen? Bestimmen Sie hierzu eine Funktion

$$d : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R},$$

die für die Eingabeparameter f, s und r die Distanz zwischen Ihnen und dem Leuchtturm berechnet.

- b) (3 Punkte) Berechnen Sie die absoluten und relativen Konditionszahlen der Funktion d und diskutieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Wir definieren auf dem Vektorraum \mathbb{R}^n die Funktionen

$$\begin{aligned} \|\cdot\|_p : \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto \|x\|_p := \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned}$$

für $p \in \mathbb{R}^+$ und

$$\begin{aligned} \|\cdot\|_\infty : \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto \|x\|_\infty := \max_{i=1, \dots, n} |x_i|. \end{aligned}$$

- a) (1 Punkt) Skizzieren Sie die Einheitskreise $K_p = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_p = 1\}$ für $p = \frac{1}{2}, 1, 2, 3, \infty$.
- b) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass $\|\cdot\|_p$ für $p < 1$ keine Norm auf \mathbb{R}^n mit $n \geq 2$ ist.

c) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass für $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die zur Summennorm

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

gehörende Operatornorm durch das Maximum der Spaltensummen gegeben ist:

$$\|A\|_1 = \max_{j=1, \dots, n} \left(\sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right)$$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **7.5.2010, 9.45 Uhr** in die Einwurfkästen "Numerik für die Fachrichtung Informatik und Ingenieurwesen" im 1. OG des Allianzgebäudes. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).