

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss
Dipl.-Math. Markus Bürg

4. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

- a) (1.5 Punkte) Sei $\|\cdot\|$ eine Norm auf \mathbb{R}^n und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die induzierte Operatornorm

$$\|A\| := \sup_{0 \neq x \in \mathbb{R}^n} \left(\frac{\|Ax\|}{\|x\|} \right)$$

submultiplikativ ist, d.h. dass für $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt

$$\|AB\| \leq \|A\| \|B\|.$$

- b) (1.5 Punkte) Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Frobeniusnorm

$$\|A\|_F := \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

submultiplikativ ist, d.h. dass für $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $k \in \mathbb{N}$, gilt

$$\|AB\|_F \leq \|A\|_F \|B\|_F.$$

- c) (1 Punkt) Finden Sie ein Beispiel für eine Matrixnorm, die nicht submultiplikativ ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) (2 Punkte) Berechnen Sie die Konditionszahl κ_∞ der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 9 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 30 & -12 & 0 \\ 1 & -15 & 0 & -4 \\ 0 & -6 & 18 & 8 \end{pmatrix}.$$

b) (2 Punkte) Gegeben sei die rechte Seite

$$b = (3, 3, 2, -4)^T.$$

Wie verhält sich die Lösung des Problems $Ax = b$, wenn der erste Eintrag auf der Diagonalen von A gestört wird?

Schreiben Sie hierzu ein Scilab-Programm, das Ihnen das obige Gleichungssystem löst. Testen Sie Ihr Programm für die Störungen $\varepsilon = -10^{-6}, -10^{-8}, -10^{-10}$ und bestimmen Sie die Anzahl der exakten Dezimalstellen der berechneten Lösung.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **14.5.2010, 9.45 Uhr** in die Einwurfkästen "Numerik für die Fachrichtung Informatik und Ingenieurwesen" im 1. OG des Allianzgebäudes. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).