

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss
Dipl.-Math. Markus Bürg

6. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Seien

$$A := \begin{pmatrix} 5 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 7 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 20 & -18 \\ 0 & 0 & -18 & 19 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b := \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 20 \\ -17 \end{pmatrix}.$$

- (1 Punkt) Zeigen Sie, dass A symmetrisch positiv definit ist.
- (2 Punkte) Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung $A = LDL^T$ und lösen Sie damit das Gleichungssystem $Ax = b$.
- (1 Punkt) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

nicht symmetrisch positiv definit ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- (1.5 Punkte) Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ heißt *Bandmatrix vom Bandtyp* (m_l, m_r) mit $0 \leq m_l, m_r < n$, wenn gilt

$$a_{ij} = 0 \quad \text{für } j < i - m_l \text{ oder } j > i + m_r$$

mit $i, j = 1, \dots, n$. Wie viele arithmetische Operationen werden für die Berechnung der LR -Zerlegung ohne Zeilentausch einer solchen Matrix benötigt?

- (2.5 Punkte) Ergänzen Sie das Scilab-Programm LR3 aus dem Vorlesungsskript so, dass es – wenn nötig – einen Zeilentausch vornimmt. Als Ausgabevariablen sollen die Matrizen L , U und P zur Verfügung stehen, wobei L eine linke-untere Dreiecksmatrix mit Einsen auf der Diagonalen und R eine rechte-obere Dreiecksmatrix ist. P ist die Permutationsmatrix. Testen Sie Ihr Programm mit der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -6 & 18 & 8 \\ -\frac{1}{2} & 9 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 30 & -12 & 0 \\ 1 & -15 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

und der rechten Seite

$$b := (-4, 3, 3, 2)^T.$$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **28.5.2010, 9.45 Uhr** in die Einwurfkästen "Numerik für die Fachrichtung Informatik und Ingenieurwesen" im 1. OG des Allianzgebäudes. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).