**Institut für Angewandte und Numerische Mathematik**
Prof. Dr. Andreas Rieder, Dipl.-Math. techn. Daniel Maurer

# Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen — Übungsblatt 2

Sommersemester 2012

**Aufgabe 2** (LR-Zerlegung mit Blockgestalt) **4 Punkte**

Gegeben sei die reguläre Matrix

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(N+M)\times(N+M)}$$

mit nichtsingulärem $A_{11} \in \mathbb{R}^{N\times N}$, $A_{12} \in \mathbb{R}^{N\times M}$, $A_{21} \in \mathbb{R}^{M\times N}$, $A_{22} \in \mathbb{R}^{M\times M}$.

(a) (1 Punkt) Gesucht ist eine Block-$LR$-Zerlegung in der Art, dass gilt

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_N & 0 \\ L & I_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & S \end{pmatrix}.$$

mit $I_N$, $I_M$ Einheitsmatrizen in der jeweiligen Dimension. $L$ und $S$ lassen sich explizit berechnen. Wie sehen sie aus?

**Bemerkung:** Man bezeichnet $S$ als Schur-Komplement von $A_{11}$ in $A$.

(b) (3 Punkte) Diese Zerlegung lässt sich nun nutzen, um ein LGS der Art

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

mit $x_1, b_1 \in \mathbb{R}^N$, $x_2, b_2 \in \mathbb{R}^M$ zu lösen. Geben Sie mit Hilfe der Block-LR-Zerlegung von oben eine Lösung an (das heißt, $x_1$ und $x_2$ nur beschrieben durch $A_{ij}$ und $b_i$, $i, j = 1, 2$).

**Aufgabe 3** (LR-Zerlegung mit Spaltenpivotsuche) **6 Punkte**

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 12 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -8 \\ -1 & -4 & -8 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die $LR$-Zerlegung der Matrix $A$ mit Spaltenpivotsuche und lösen Sie damit das LGS $Ax = b$. Geben Sie außerdem die Determinante der Matrix $A$ an.

**Aufgabe 4** (Cholesky-Zerlegung) **6 Punkte**

(a) (2 Punkte) Untersuchen Sie, ob die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \; A_2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \; A_3 = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

jeweils eine Cholesky-Zerlegung besitzen. Verwenden Sie hierbei das Hauptminoren-Kriterium.

(b) (4 Punkte) Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung der Matrix $A$ und lösen Sie damit das LGS $Ax = b$.

---

**Anmeldung zum Übungsbetrieb:**

Melden Sie sich bitte unter https://ruprecht.mathematik.uni-karlsruhe.de/sso/160/ zum Übungsbetrieb an. Die Authentifizierung geschieht dabei über die KIT-Emailadresse. Dadurch können Sie auch an der Mailingliste teilnehmen und einen Überblick über Ihren Punktestand in den Übungen erhalten.

**Abgabe der Übungsblätter:**

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Donnerstag, den 10.05.2012, 18.00 Uhr** in den Einwurfschlitz **Numerik für Informatiker** im 1.OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein. Für den Übungsschein benötigen Sie **mindestens 50%** der gesamten Punkte in den Übungsblättern.

**Service/Material:**

Unter http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numainfing2012s/ finden Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch aktuelle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.

**Sprechstunden:**

Prof. Dr. Andreas Rieder: Donnerstag, 11.30-12.30 Uhr und nach Vereinbarung
Dipl.-Math. techn. Daniel Maurer: Dienstag, 13.30-14.30 Uhr und nach Vereinbarung