

Numerische Mathematik für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

Übungsblatt 7

Sommersemester 2012

Aufgabe 24 (Schema von Neville) 3 Punkte

Verwenden Sie das Schema von Neville zur Berechnung von $\sqrt{7}$, indem Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ an den Stellen $x = 1, 4$ und 9 interpolieren. Wie ändert sich der Wert, wenn Sie die Stützstelle $x = 16$ hinzunehmen?

Aufgabe 25 (Fehlerabschätzung eines Interpolationspolynoms) 3 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{2}{3+x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ und die Knoten $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 2$.

Beweisen Sie für das Interpolationspolynom p_3 die Fehlerabschätzung

$$\max_{x \in [-2, 2]} |f(x) - p_3(x)| \leq 8.$$

Bemerkung: Hierfür müssen Sie das Interpolationspolynom nicht ausrechnen!

Aufgabe 26 (Polynominterpolation und Splines) 10 Punkte

(a) (8 Punkte) Interpolieren Sie die Funktion $f(x) = |x|$ in den Knoten $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ durch

(i) einen kubischen Spline s_1 mit den Randbedingungen

$$s_1''(x_0) = s_1''(x_2) = 0,$$

(ii) einen kubischen Spline s_2 mit den Randbedingungen

$$s_2'(x_0) = f'(x_0), \quad s_2'(x_2) = f'(x_2),$$

(iii) ein Polynom q vom Grad 2 mit Hilfe der Lagrange-Interpolation (geben Sie die Lagrange-Polynome explizit an!),

(iv) ein Polynom p vom Grad 4 mit den Randbedingungen

$$p'(x_0) = f'(x_0), \quad p'(x_2) = f'(x_2),$$

(b) (2 Punkte) Berechnen Sie jeweils den (exakten) Interpolationsfehler zu f in $[-1, 1]$ bezüglich der Maximumnorm, d.h.

$$\|f - s_1\|_\infty, \quad \|f - s_2\|_\infty, \quad \|f - q\|_\infty, \quad \|f - p\|_\infty.$$

Aufgabe 27 (kubischer Spline) 4 (Extra)Punkte

Bestimmen Sie $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $S_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$S(t) = \begin{cases} (t+1)^4 + \alpha(t-1)^4 + 1, & -1 \leq t \leq 0 \\ -t^3 - 8\alpha t + \gamma, & 0 < t \leq 1 \\ \beta t^3 + \delta t^2 + 14t - 1, & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

ein kubischer Spline bezüglich des Gitters $\Delta := \{-1, 0, 1, 2\}$ ist.

Bemerkung: Mit diesem Übungsblatt können bis zu 20 Punkte erlangt werden (somit 4 Extrapunkte), zur Gesamtpunktzahl des Übungsscheins kommen nur 16 Punkte hinzu! Damit haben Sie den Übungsschein sicher, wenn insg. mind. 56 Punkte erreicht wurden.

Hier könnte auch Ihre WERBUNG stehen

O-PHASEN-TUTOREN GESUCHT! O-Phase vom 8. bis zum 12. Oktober

- Keine Ahnung, ob das was für dich ist? Probiere einfach aus. :)
- Keine Ahnung, ob du das kannst? Auch deine Tutoren haben es mal probiert! Deine Erstis werden es dir danken.
- Keine Mittutoren? Melde dich einfach mal in der Fachschaft. Wir werden versuchen, eine zu dir passende Gruppe zu finden.

Weitere Informationen und Anmeldung:

<https://tutor.o-phase.com>

Abgabe der Übungsblätter:

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Donnerstag, den 19.07.2012, 18.00 Uhr** in den Einwurfschlitzen **Numerik für Informatiker** im 1.OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein. Für den Übungsschein benötigen Sie **mindestens 50%** der gesamten Punkte in den Übungsblättern.

Service/Material:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numainfing2012s/> finden Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch aktuelle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.

Sprechstunden:

Prof. Dr. Andreas Rieder: Donnerstag, 11.30-12.30 Uhr und nach Vereinbarung
Dipl.-Math. techn. Daniel Maurer: Dienstag, 13.30-14.30 Uhr und nach Vereinbarung