



Numerische Mathematik I (SS 2006)

1. Programmieraufgabe — 5. Mai 2006

Programmieren Sie das Heron-Verfahren zur Berechnung von \sqrt{a} .

Testen Sie das Programm für folgende Zahlen:

$$a = 99, a = 999, a = 5345, a = 7123456 \text{ und } a = 0.0017.$$

(a) Wählen Sie als Startwert $x_0 := a$ und berechnen Sie die Heron-Folge $\{x_n\}_{n \geq 1}$.

Brechen Sie das Verfahren ab, sobald das Kriterium $\frac{x_n - a/x_n}{x_n} < 10^{-6}$ erfüllt ist.

Drucken Sie die Ergebnisse in folgender Form aus:

n	x_n	$\frac{a}{x_n}$	$\frac{x_n - a/x_n}{x_n}$
1			
2			
3			
⋮			

(b) Gehen Sie vor wie im Abschnitt *Praktische Durchführung des Heron-Verfahrens* beschrieben:

Führen Sie zur Erhöhung der Effektivität eine Transformation von \mathbb{R}_+ auf $[0.01, 1)$ durch, indem Sie $m \in \mathbb{Z}$ und $\xi \in [0.01, 1)$ so bestimmen, dass $a = 10^{2m}\xi$ und $\sqrt{a} = 10^m\sqrt{\xi}$ gilt.

Wählen Sie als Anfangsapproximation x_0 und y_0 für $\sqrt{\xi}$

$$x_0 := p(\xi) = \frac{10}{11}\xi + \frac{161}{880}, \quad y_0 := \frac{\xi}{x_0}.$$

Berechnen Sie Näherungen $a_n, b_n, n = 1, 2, 3 \dots$ für \sqrt{a} mit $a_n = 10^m x_n, b_n = 10^m y_n$.

Brechen Sie das Verfahren ab, sobald das Kriterium $x_n - y_n < 10^{-6}$ erfüllt ist.

Drucken Sie die Ergebnisse in folgender Form aus:

n	a_n	b_n	$x_n - y_n$	$a_n - b_n$
1				
2				
3				
⋮				

Vorführung und Erläuterung der bearbeiteten Programmieraufgabe in der Programmierbetreuung im Rechenzentrum, Raum -120, am

Mittwoch, 10.5.06, 17.5.06 oder 24.5.06, jeweils zwischen 13:00 und 16:00 Uhr.