Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Praktische Mathematik

Prof. Dr. R. Scherer
Dipl.-Math. J. Brunk

Numerische Mathematik I (SS 2006)

2. Programmieraufgabe — 26. Mai 2006

Implementieren Sie das Bairstow-Verfahren zur Bestimmung komplexer Nullstellen eines reellen Polynoms p_n vom Grad n.

Ziel ist dabei zunächst die Faktorisierung

$$p_n(x) = (x^2 - sx - t)p_{n-2}(x)$$

mit einem Polynom p_{n-2} vom Grad $n-2$. Daraus ergeben sich die Nullstellen

$$\alpha_{1,2}^{(k)} = \frac{1}{2}\left(s^{(k)} \pm \sqrt{(s^{(k)})^2 + 4t^{(k)}}\right).$$

Vergleichen Sie die folgenden zwei Abbruchkriterien:

(a) $\|(s^{(k)}, t^{(k)}) - (s^{(k-1)}, t^{(k-1)})\|_\infty \le 10^{-8}$,

(b) $|p_n(\alpha_{1,2}^{(k)})| \le 10^{-8}$.

Testbeispiele:

(i) $p_4(x) = x^4 + x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{2}$ mit den Startwerten $\alpha_{1,2}^{(0)} = \frac{3}{2}$ bzw. $\alpha_{1,2}^{(0)} = -2$.

(ii) $p_5(x) = x^5 - 7x^4 + 21x^3 - 43x^2 + 68x - 60$ mit den exakten Nullstellen $\{3, 2 \pm i, \pm 2i\}$. Wählen Sie hier selbst geeignete Startwerte.

Ausgabe:

Geben Sie nach jedem Iterationsschritt $s^{(k)}$, $t^{(k)}$, $|p_n(\alpha_{1,2}^{(k)})|$ $(k = 0, 1, \ldots)$ sowie $\|(s^{(k)}, t^{(k)}) - (s^{(k-1)}, t^{(k-1)})\|_\infty$ $(k = 1, 2, \ldots)$ in geeigneter Form aus.

ACHTUNG: Geänderte Zeiten der Programmierbetreuung!

Vorführung und Erläuterung der bearbeiteten Programmieraufgabe in der Programmierbetreuung im Rechenzentrum, Raum -120, am

Mittwoch, 31.5.06 oder 14.6.06, jeweils zwischen 13:00 und 16:00 Uhr.

sowie am Montag, 12.6.06, zwischen 10:00 und 13:00 Uhr