Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Praktische Mathematik

Prof. Dr. R. Scherer
Dipl.-Math. J. Brunk

Numerische Mathematik I (SS 2006)

4. Programmieraufgabe — 23. Juni 2006

Zur Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$ sollen iterative Verfahren verwendet werden. Implementieren Sie das

(a) Gesamtschrittverfahren

(b) Einzelschrittverfahren

(c) JOR-Verfahren (Gesamtschrittverfahren mit Relaxation)

Jedes Verfahren soll mit $x^{(0)} = b$ gestartet werden.

Testen Sie das Programm an dem Beispiel

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

für $n = 8, 16$ und 32.

Verwenden Sie beim JOR-Verfahren als Relaxationsparameter $\omega = 0.5$ und den optimalen Relaxationsparameter ω^* (es gilt: $\omega^* = 4/(\lambda_1 + \lambda_n)$, wobei $\lambda_k^{(n)} = 2(1 - \cos(\frac{k\pi}{n+1}))$, $k = 1, \ldots, n$ die Eigenwerte von A sind).

Die Iteration soll abbrechen, falls die Euklidnorm des Residuums $r^{(k)} := Ax^{(k)} - b$ um den Faktor 10^{-6} verringert ist, d.h. falls $\|r^{(k)}\|_2 / \|r^{(0)}\|_2 < 10^{-6}$ gilt.

Als Ausgabe soll das Programm die relative Norm des Residuums zu jedem Iterationsschritt liefern, sowie die berechnete Lösung x des linearen Gleichungssystems $Ax = b$:

k	$\|r^{(k)}\|_2 / \|r^{(0)}\|_2$
0	1
1	$\vdots$
$\vdots$	

$$x = (x_1, \ldots, x_n)^T$$

Vorführung und Erläuterung der bearbeiteten Programmieraufgabe in der Programmierbetreuung im Rechenzentrum, Raum -120, am

Mittwoch, 28.6.06, 5.7.06 oder 12.7.06, jeweils zwischen 13:00 und 16:00 Uhr.