



Numerische Mathematik I (SS 2006)

10. Übungsblatt — 23. Juni 2006

Aufgabe 33: (schriftlich zu bearbeiten)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & -5 & 2 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie die LR-Zerlegung $A = LR$.
- (b) Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmus.

Aufgabe 34: (schriftlich zu bearbeiten)

Um den Standort des Piratensenders “Radio Powerplay” festzustellen, werden fünf Peilwagen eingesetzt, mit denen die Richtungen zum Sender ermittelt werden. Die Aufstellung der Wagen ist in einem (x, y) -Koordinatensystem gegeben, und die Tangenswertes der Richtungswinkel α sind von der positiven x -Achse im Gegenuhrzeigersinn gemessen.

Peilwagen	1	2	3	4	5
x -Koordinate	8	22	36	10	13
y -Koordinate	0	7	18	20	10
$\tan \alpha$	1	-1/2	1/2	-1	0

Stellen Sie das Problem anhand einer Skizze dar. Formulieren Sie die Situation als lineares Ausgleichsproblem und berechnen Sie die mutmaßlichen Koordinaten des Senders.

Aufgabe 35: (mündlich)

- (a) Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch und positiv definit. Zeigen Sie, dass die Eigenwerte von A reell und positiv sind und dass $a_{ij}^2 < a_{ii}a_{jj}$ für alle $i \neq j$ gilt.
- (b) Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 11 & 3 \\ -2 & 0 & 3 & 14 \end{pmatrix}$$

und lösen Sie damit das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $b = (-10, 11, 49, 63)^T$.

Aufgabe 36: (mündlich)

Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ erfülle das Spaltensummenkriterium. Zeigen Sie:

- (a) A besitzt eine LR -Zerlegung mit $|l_{ij}| \leq 1$.
- (b) Bei der Durchführung des Gauß-Algorithmus mit Spaltenpivotsuche sind keine Zeilenvertauschungen notwendig.

Abgabe der bearbeiteten Aufgaben bis **Freitag, 30. Juni 2006, 10:00 Uhr** in den Einwurfschlitze „Numerik I/II“ neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes (20.30), gegenüber von Zi. 112.

Schreiben Sie bitte auf **jedes** Blatt Ihren Namen (**Druckbuchstaben**) und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen.