



Numerische Mathematik I (SS 2006)

7. Übungsblatt — 2. Juni 2006

Aufgabe 24: (schriftlich zu bearbeiten)

- (a) Es sei $\|\cdot\|$ eine Vektornorm im \mathbb{R}^n und $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Matrix. Geben Sie Bedingungen für T an, damit

$$\|x\|_T := \|Tx\|$$

eine Vektornorm im \mathbb{R}^n ist, d.h., dass unter diesen Bedingungen alle Normaxiome erfüllt sind.

- (b) Zeigen Sie, dass $\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n}\|x\|_\infty$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.
- (c) Es sei $N(\cdot)$ eine beliebige Matrixnorm und $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Matrix. Zeigen Sie, dass aus $N(T) < 1$ stets $\lim_{m \rightarrow \infty} T^m = 0$ folgt. Gilt auch die Umkehrung? (Beweis oder Gegenbeispiel)

Aufgabe 25: (schriftlich zu bearbeiten)

Sei $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (a) Für die Spektralnorm N_ρ und die Spaltensummennorm N_S gilt

$$\frac{1}{\sqrt{n}}N_S(T) \leq N_\rho(T) \leq \sqrt{n}N_S(T).$$

- (b) Die Schurnorm N_e ist eine Matrixnorm und verträglich mit der Euklidnorm $\|\cdot\|_2$.
- (c) Die Spaltensummennorm $N_S(\cdot)$ ist verträglich mit der ℓ_1 -Norm $\|\cdot\|_1$ und die Zeilensummennorm $N_Z(\cdot)$ ist verträglich mit der Maximumnorm $\|\cdot\|_\infty$.

Abgabe der bearbeiteten Aufgaben bis **Freitag, 9. Juni 2006, 10:00 Uhr** in den Einwurfschlitzen „Numerik I/II“ neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes (20.30), gegenüber von Zi. 112.

Schreiben Sie bitte auf **jedes** Blatt Ihren Namen (**Druckbuchstaben**) und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen.