



## Numerische Mathematik I (SS 2006)

### 9. Übungsblatt — 16. Juni 2006

**Aufgabe 30:** (schriftlich zu bearbeiten)

Gegeben sei ein lineares Gleichungssystem  $Ax = b$ . Zeigen Sie:

(a) Für  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  konvergiert das Gesamtschrittverfahren, aber nicht das Einzelschrittverfahren.

(b) Für  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  konvergiert das Einzelschrittverfahren, aber nicht das Gesamtschrittverfahren.

(c) Für  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & \alpha \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  konvergiert das Gesamtschrittverfahren für alle  $\alpha \in (-3, 3)$ .

**Aufgabe 31:** (schriftlich zu bearbeiten)

Zur näherungsweisen Lösung des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

führen Sie jeweils drei Schritte des mit  $\omega = 1/2$  relaxierten Gesamt- bzw. Einzelschrittverfahrens ausgehend von  $x^{(0)} = (1, 0, 0)^T$  aus. Konvergieren die Folgen der so erzeugten Iterierten  $x^{(k)}$  für  $k \rightarrow \infty$  gegen die exakte Lösung?

**Aufgabe 32:** (mündlich)

- (a) Beweisen Sie folgende Aussage:  
Konvergiert das SOR-Verfahren angewandt auf das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$ , so gilt  $0 < \omega < 2$ .
- (b) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit einer symmetrischen positiv definiten Matrix  $A$  mit Diagonale  $D = I$ , welche die Eigenwerte  $0 < \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$  besitzt. Zeigen Sie, dass das JOR-Verfahren (Gesamtschrittverfahren mit Relaxation) für  $0 < \omega < \frac{2}{\lambda_n}$  konvergiert.

**Abgabe** der bearbeiteten Aufgaben bis **Freitag, 23. Juni 2006, 10:00 Uhr** in den Einwurfschlitze „Numerik I/II“ neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes (20.30), gegenüber von Zi. 112.

Schreiben Sie bitte auf **jedes** Blatt Ihren Namen (**Druckbuchstaben**) und Ihre Matrikelnummer und heften Sie die Blätter zusammen.