



## Numerische Mathematik II Übungsblatt 10

(Wintersemester 2007/2008)

17. Januar 2008

### Aufgabe 36 ( 4 Punkte )

Zeigen Sie:

Es existiert kein konsistentes explizites Runge-Kutta-Verfahren, das auch symmetrisch ist.

Hinweis: Betrachten Sie das AWP  $y' = y$  mit  $y(0) = 1$  und rekapitulieren Sie den Beweis von Lemma 3.11.

### Aufgabe 37 ( 4 Punkte )

Zeigen Sie:

Für hinreichend glatte Funktionen  $f$  gibt es eine von der Unterteilungsfolge  $\mathcal{F} = \{n_1, n_2, \dots\}$  unabhängige Funktion  $\varrho_j$ , so dass der lokale Diskretisierungsfehler im Extrapolationstableau des expliziten Euler-Verfahrens gegeben ist durch

$$\tau_{i,j}(x, y, h) = \frac{\varrho_j(x)}{n_i \cdots n_{i-j+1}} h^j + O(h^{j+1}) \quad \text{für } h \rightarrow 0.$$

### Aufgabe 38 ( 4 Punkte )

Gegeben sei das Einschrittverfahren mit der Verfahrensfunktion

$$\Phi\left(x, \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, h\right) = \begin{pmatrix} f\left(x + \frac{h}{2}, v + \frac{h}{2}f(x, u)\right) \\ \frac{1}{2}(f(x, u) + f(x + h, \bar{u})) \end{pmatrix}$$

wobei  $\bar{u} = u + hf\left(x + \frac{h}{2}, v + \frac{h}{2}f(x, u)\right)$ .

Zeigen Sie:

- a) Das ESV ist konsistent von 2. Ordnung mit dem AWP

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, v) \\ f(x, u) \end{pmatrix}, \quad u(x_0) = v(x_0) = y_0.$$

- b) Das ESV ist symmetrisch.

---

Abgabe der bearbeiteten Aufgaben bis **Donnerstag, 24. Januar 2008, 11:30 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerische Mathematik I/II/III“ neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes, gegenüber Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Name und Matrikelnummer.

**Besprechung** der Aufgaben: **Donnerstag, 24. Januar 2008, 14:00-15:30 Uhr** in Neuer-Hörsaal (Gebäude 20.40).

Die neuen Übungsblätter werden in der Regel donnerstags in der Übung ausgegeben und zusätzlich auf der Website

[http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/numerik\\_2\\_2007w](http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/numerik_2_2007w)

abgelegt.