



Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

1. Übungsblatt

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Für kleine Auslenkungen eines Pendels kann man wegen $\sin \theta \approx \theta$ die nichtlineare Pendelgleichung folgendermaßen vereinfachen:

$$\ddot{\theta}(t) = -K\theta(t), \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \dot{\theta}(0) = \omega_0.$$

Dies ist nun eine lineare Differentialgleichung, deren Lösung man explizit angeben kann.

- a) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass für $K > 0$ und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ durch

$$\theta_{\alpha, \beta}(t) = \alpha \sin(\sqrt{K}t) + \beta \cos(\sqrt{K}t)$$

eine Lösung der obigen Differentialgleichung gegeben ist.

- b) (2 Punkte) Bestimmen Sie spezielle Lösungen für $K > 0$ und die Anfangsbedingungen
(i) $\theta_0 = 1, \omega_0 = 0$ und (ii) $\theta_0 = 0, \omega_0 = 1$.
Skizzieren Sie die Lösungen in einem gemeinsamen Diagramm.

BEMERKUNG: Für beliebige Anfangswerte erhält man somit eine Lösung der obigen Form. Wegen des Eindeutigkeitsatzes liefert die obige Form also die *allgemeine Lösung*.

- c) (2 Punkte) Wie sieht die allgemeine Lösung für $K < 0$ aus? Zeigen Sie auch hier durch Differentiation die Korrektheit, und bestimmen Sie wieder spezielle Lösungen für die in Teil (b) spezifizierten Anfangsbedingungen.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- a) Schreiben Sie eine Scilab-Funktion

```
function theta = pendel(theta0, omega0, T, N) ... end
```

die Ihnen die Pendelgleichung für $L = 1$ und Schrittweite $h = T/N$ löst. Das Ergebnis soll der mit dem expliziten Eulerverfahren (siehe Skript) berechnete Vektor $(\theta_{h,0}, \theta_{h,1}, \dots, \theta_{h,N})$ sein. (Beachte: Die Scilab-Indizierung läuft von $1, \dots, N + 1$.)

- b) Schreiben Sie eine Schleife der Form `for i=1:10 ... end`, in der die Funktion `pendel` mit den Parametern $\theta_0 = 0, \omega_0 = 1, T = 1$ und $N = 2^i$ aufgerufen wird. Geben Sie für jedes i den Wert $\theta_{h,N}$ aus (Befehl `disp`). Was beobachten Sie?

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **25.4.2008, 9.30 Uhr** in den Einwurfschlitzz „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).