

Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

10. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Man kann die Ableitung einer Funktion $f \in C^2(\mathbb{R})$ an der Stelle x durch den Differenzenquotienten

$$D_h f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

approximieren. Wir untersuchen nun, wie gut die Approximation in Abhängigkeit von h ist.

- Wie groß ist der Fehler dieser Approximation in führender Ordnung in h bei exakter Arithmetik? (Hinweis: Taylor-Entwicklung.)
- Falls $f(x) \neq 0$, so entsteht in Gleitkommaarithmetik durch Auslöschung bei der Subtraktion auch ein Fehler. Wie groß ist dieser Fehler in Abhängigkeit von h und der Maschinengenauigkeit eps ?
- Wie sollte man demnach h wählen, damit die Approximation von $f'(x)$ möglichst gut ist?
- Testen Sie Ihre Vorhersage numerisch am Beispiel $f(x) = e^x$ und $x = 1$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- Schreiben Sie eine Scilab-Funktion `evaluate_lagrange(t, i, x)`, welche Ihnen für $i = 0, \dots, n$ das i -te Lagrange-Polynom $L_{i,n}$ zu den im Vektor $t \in \mathbb{R}^{n+1}$ gegebenen Stützstellen an der Stelle $x \in \mathbb{R}$ auswertet.
- Plotten Sie die Lagrange-Polynome $L_{i,n}$ für $i = 0, \dots, n$ zu den Stützstellen $t_i = -5 + ih$ mit $h = \frac{10}{n}$ (einmal für $n = 5$, dann für $n = 10$).
- Schreiben Sie nun eine Scilab-Funktion `multiple_evaluate_ip_poly(t, f, x)`, welche Ihnen für einen Stützstellenvektor \mathbf{t} und eine Funktion \mathbf{f} das Interpolationspolynom an allen durch den Vektor \mathbf{x} gegebenen Stellen auswertet.
- Nutzen Sie diese Funktion zum Plotten des Interpolationspolynoms der Funktion $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ mit den gleichen Stützstellen wie oben im Fall $n = 10$.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **27.6.2008, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitze „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**