Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825

Institut für Angewandte
und Numerische Mathematik

Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

11. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 Punkte)
Sei $I = [a,b]$, $h := b-a$ und $s \in \mathcal{P}^3$ sei ein Polynom dritten Grades, von dem wir die Werte $s(a) = s_a$, $s(b) = s_b$, $s''(a) = M_a$, $s''(b) = M_b$ kennen. Rechnen Sie nach, dass s sich darstellen lässt als

$$s(t) = (1-\hat{t})s_a + \hat{t}s_b - \frac{h^2}{6}\hat{t}(1-\hat{t})\left((1+\hat{t})M_b + (1+(1-\hat{t}))M_a\right) ,$$

wobei $\hat{t} = \frac{t-a}{h}$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Bestimmen Sie $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ so, daß die Funktion $s_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} : [-1,2] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$s_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}(x) := \begin{cases} (x+1)^4 + \alpha(x-1)^4 + 1, & -1 \le x \le 0 \\ -x^3 - 8\alpha x + \gamma, & 0 < x \le 1 \\ \beta x^3 + \delta x^2 + 14x - 1, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

ein kubischer Spline bezüglich des Gitters $\Delta := \{-1,0,1,2\}$ ist.

Aufgabe 3: (2 Punkte)
Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ heißt *stark diagonaldominant*, wenn

$$\sum_{j\neq i} |A_{ij}| < |A_{ii}| , \quad i = 1,\dots,n .$$

Zeigen Sie, dass A dann regulär ist, und dass das sogenannte *Jacobi-Verfahren*

$$x_{k+1} = x_k + D^{-1}(b - Ax_k)$$

zur iterativen Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ in der Maximumsnorm mit einer Konvergenzrate

$$\rho \le \max_{i=1,\dots,n} \frac{\sum_{j\neq i} |A_{ij}|}{|A_{ii}|}$$

konvergiert.

—

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **4.7.2008**, **9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**