

Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Eine genauere Untersuchung zeigt, dass für die Trapezsumme (zusammengesetzte Trapezregel) angewandt auf $f \in C^4([a, b])$ mit einer äquidistanten Unterteilung $x_i = a + ih$ für $i = 0, \dots, n$ und $h = \frac{1}{n}$ mit $n \in \mathbb{N}$ folgende Entwicklung gilt

$$T(h) = I(f) + Ch^2 + O(h^4).$$

Verwenden Sie diese Entwicklung, um Konstanten $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ zu bestimmen, für welche gilt

$$\alpha T(h) + \beta T\left(\frac{h}{2}\right) = I(f) + O(h^4).$$

Schreiben Sie die entstehende Quadraturformel aus. Was ergibt sich?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Wir wollen $I(f) = \int_0^1 f(x) dx$ für $f(x) = e^{-x}$ mit der Trapezregel auf eine Genauigkeit $|T(h) - I(f)| \leq 10^{-6}$ berechnen.

a) Wenden Sie die Abschätzung

$$|T(h) - I(f)| \leq \frac{h^2}{12} \|f''\|_\infty$$

an, um ein geeignetes h zu bestimmen, so dass der Fehler kleiner 10^{-6} ist.

- b) (2 Punkte) Schreiben Sie ein Scilab-Programm, welches $T(h)$ zu obigem f , $a = 0$, $b = 1$ und beliebigem $n = \frac{1}{h}$ berechnet. Berechnen Sie dann $T(h)$ für $n = 1, 2, 4, \dots$. Bei welchem n ist die Genauigkeit 10^{-6} erreicht?
- c) Verwenden Sie den Trick aus Aufgabe 1 zur Verbesserung der Approximationsordnung. Bei welchem n (bzw. h) ist jetzt der gewünschte Fehler erreicht?

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **11.7.2008, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitzz „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**