Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825

Institut für Angewandte
und Numerische Mathematik

Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

3. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 Punkte)
Berechnen Sie folgende Matrixnormen:

a) $\left\|\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}\right\|_\infty$ b) $\left\|\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\|_2$

Aufgabe 2: (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass die zur Maximumsnorm gehörende Matrixnorm durch das Maximum der Zeilensummen gegeben ist:

$$\|A\|_\infty = \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$$

Aufgabe 3: (2 Punkte)

a) Berechnen Sie die die absolute und relative Kondition der Auswertung der Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ , \quad x \mapsto \log(1+x)$$

in Abhängigkeit von $x > 0$.

b) Nun werde $f(x)$ wie folgt ausgewertet: $x \overset{f_1}{\mapsto} y = 1 + x \overset{f_2}{\mapsto} \log(y)$.
Warum ist dieser Algorithmus nicht stabil für kleine x (bezüglich des relativen Fehlers)?

Aufgabe 4: (2 Punkte)
Es sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} , \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{21}x_2x_1 + a_{22}x_2^2 = (Ax, x)_2$$

für $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie die Ableitung $Df : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{1\times 2}$.

b) Die Transponierte $\nabla f = (Df)^t$ ist dann eine Abbildung $\nabla f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, welche man wiederum ableiten kann. Berechnen Sie auch die Ableitung $D(\nabla f) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{2\times 2}$.

—

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **9.5.2008**, **9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Bevor Sie Übungsblätter abgeben, tragen Sie sich bitte in die Datenbank ein (den Link dazu finden Sie auf der Vorlesungshomepage).