



Numerische Methoden für die Fachrichtungen Informatik und Ingenieurwesen

PD Dr. Nicolas Neuss

6. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar. Zeigen Sie, dass die Zerlegung $A = QR$ mit orthogonaler Matrix Q und rechter oberer Dreiecksmatrix R mit positiver Diagonale eindeutig ist.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Um den Standort des Piratensenders "Radio Powerplay" festzustellen, werden fünf Peilwagen eingesetzt, mit denen die Richtungen zum Sender ermittelt werden. Die Aufstellung der Wagen ist in einem (x, y) -Koordinatensystem gegeben, und die Peilungen sind als Winkel $0 \leq \varphi < 360$ Grad bezüglich der y -Richtung im Uhrzeigersinn angegeben (so wie die Kompassrose: Nord ist 0 Grad, Ost ist 90 Grad, Süd ist 180 Grad und West ist 270 Grad).

| Peilwagen | A | B | C | D | E |
|-----------------|------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| x -Koordinate | 2 | 3.5 | 7.5 | 9 | 6.5 |
| y -Koordinate | 3.5 | 9.5 | 9.5 | 5 | 1.5 |
| Peilwinkel | 68° | 146° | 192° | 288° | 0° |

- (1 Punkt) Stellen Sie die Situation anhand einer Skizze dar und schätzen Sie die Koordinaten des Senders.
- (2 Punkte) Jede Peilung entspricht einer Geradengleichung

$$(\vec{x} - \vec{x}_{\text{Peilwagen}}) \cdot \vec{n}_{\text{Peilrichtung}} = 0$$

in den Unbekannten $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Die Senderkoordinaten sollen alle diese Gleichungen möglichst gut erfüllen, was ein überbestimmtes lineares System ergibt. Stellen Sie dieses System auf. $\vec{n}_{\text{Peilrichtung}} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{pmatrix}$ ist eine Normale zur Peilrichtung.

- (2 Punkte) Berechnen und lösen Sie die Normalgleichung des Ausgleichsproblems mit Scilab. Geben Sie sowohl die Normalgleichung als auch ihre Lösung x an.
- (1 Punkte) Lösen Sie das Ausgleichsproblem analog zum Beispiel im Skript (Motor) durch eine (dünne) QR-Zerlegung. Geben Sie auch hier Q und R an.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **30.5.2008, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitzz „Numerische Methoden für Informatiker“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. **Beachten Sie, dass zu spät oder falsch abgegebene Blätter mindestens eine Punktreduktion um die Hälfte erhalten.**