Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
Prof. Dr. Tobias Jahnke, Dipl.-Math. techn. Andreas Arnold, Dipl.-Math. techn. Tim Kreutzmann

Numerische Methoden für Differentialgleichungen

Wintersemester 2011/2012

10. Übungsblatt

Besprechung in den Übungen am 22. 12. 2011 und 10. 01. 2012

Aufgabe 1:
Wir betrachten ein Extrapolationsverfahren, das auf dem expliziten Euler-Verfahren basiert, d.h. $\Phi_h(y_n) = y_n + hf(y_n)$. Dabei sei $N_j = j$.

(a) Zeigen Sie, dass die Werte T_{31} und T_{32} äquivalent zu den Approximationen der folgenden Runge-Kutta-Verfahren sind:

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1/3 & 1/3 & & \\ 2/3 & 1/3 & 1/3 & \\ \hline & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{array} \qquad \text{bzw.} \qquad \begin{array}{c|cccc} 0 & & & & \\ 1/2 & 1/2 & & & \\ 1/3 & 1/3 & 0 & & \\ 2/3 & 1/3 & 0 & 1/3 & \\ \hline & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}$$

Hinweis: Verwenden Sie die Notation $z_{jk} := \Phi^k_{h_j}(y_0)$.

(b) Welche Ordnung haben diese Runge-Kutta-Verfahren?

Aufgabe 2:
Die (expliziten und impliziten) k-Schritt Adams-Verfahren können auf einfache Weise verallgemeinert werden, indem man das Interpolationspolynom über dem Intervall $[t_{n-r}, t_{n+1}]$ für ein $r = 0, \ldots, k-1$ integriert.

(a) Zeigen Sie, dass die resultierenden Verfahren von der Form

$$y_{n+1} = y_{n-r} + h \sum_{j=-1}^{k-1} b_j f_{n-j}$$

sind.

(b) Weisen Sie ferner nach, dass für $k = 2$ und $r = 1$ die erhaltene explizite Methode mit der expliziten Mittelpunktsregel übereinstimmt.

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr 2012 !