Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
Prof. Dr. Tobias Jahnke • Dipl.-Math. oec. Marcel Mikl

Numerische Methoden für Differentialgleichungen

Wintersemester 2015/16

Übungsblatt 6

Aufgabe 20 (Konstruktion Kollokationsverfahren)
Verwenden Sie eine Quadraturformel mit 2 Stützstellen c_1 und c_2, um ein Kollokationsverfahren maximaler Konsistenzordnung zu konstruieren. Geben Sie dazu das Butcher-Tableau

$$\begin{array}{c|c} c & A \\ \hline & b^T \end{array}$$

dieses Verfahrens an.

Aufgabe 21 (Eigenschaften Kollokationsverfahren)
Aus der Vorlesung ist bekannt, dass man Kollokationsverfahren als RKV schreiben kann. Zeigen Sie, dass ein so definiertes RKV die folgenden Eigenschaften hat:

(a) Die Koeffizienten des RKV erfüllen für $0 \le c_1 < \cdots < c_s \le 1$ die Gleichungen

$$\sum_{j=1}^{s} b_j c_j^{k-1} = \frac{1}{k}, \quad k = 1, \ldots, s \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{s} a_{ij} c_j^{k-1} = \frac{c_i^k}{k}, \quad i, k = 1, \ldots, s$$

(b) Das RKV ist invariant gegenüber Autonomisierung.

(c) Aus der Bedingung (1) folgt, dass die zugrundeliegende Quadraturformel

$$\sum_{j=1}^{S} b_j P(c_j) \approx \int_0^1 P(t)dt$$

exakt für Polynome P vom Grad $\le s-1$ ist.

(d) Die Matrix $A = (a_{ij})$ des RKV ist genau dann invertierbar, wenn für das Produkt der Stützstellen die Beziehung $\prod_{j=1}^{S} c_j \neq 0$ erfüllt ist.

Aufgabe 22 (B-Stabilität)
Zeigen Sie anhand der Definition von B-Stabilität, dass das implizite Euler Verfahren B-stabil ist.

Die Aufgaben werden am **Montag, den 30. November 2015, 11:30 Uhr** in der zentralen Übung besprochen.

Homepage:

Unter http://www.math.kit.edu/ianm3/edu/nummethdgl2015w/de erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.