



Optimierungstheorie II

Wintersemester 2007/2008

Übungsblatt 5

Aufgabe 17 (schriftlich – 3 Punkte)

Es seien $y, s \in \mathbb{R}^n$, wobei $s \neq 0$. Zeigen Sie: Es existiert genau dann eine symmetrische und positiv definite Matrix $Q \in \mathbb{R}^{n,n}$ mit $Qs = y$, falls y und s die Bedingung $s^T y > 0$ erfüllen.

Hinweis: Je nach Vorgehen können Sie die Sherman-Morrison-Formel (siehe Aufgabe 19) benutzen.

Aufgabe 18 (Broyden-Klasse) (schriftlich – 5 Punkte)

Ausgehend von einer symmetrisch und positiv definiten Matrix $H \in \mathbb{R}^{n,n}$ ist die Broyden-Klasse von Quasi-Newton-Verfahren definiert durch folgende Update-Formel:

$$H_+^\phi = H + \frac{yy^T}{y^T s} - \frac{Hs(Hs)^T}{s^T Hs} + \phi(s^T Hs)vv^T = H_+^{\text{BFGS}} + \phi(s^T Hs)vv^T,$$

mit $v = \frac{y}{y^T s} - \frac{Hs}{s^T Hs}$ und $\phi \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

- Für alle $\phi \in \mathbb{R}$ erfüllt H_+^ϕ die Quasi-Newton Gleichung $H_+^\phi s = y$.
- Falls $\phi \geq 0$, so ist H_+^ϕ positiv definit.
- Es gilt $H_+^1 = H_+^{\text{DFP}}$, wobei H_+^{DFP} die Davidson-Fletcher-Powell Formel ist:

$$H_+^{\text{DFP}} = H + \frac{1}{y^T s} ((y - Hs)y^T + y(y - Hs)^T) - \frac{1}{(y^T s)^2} ((y - Hs)^T s y y^T).$$

Aufgabe 19 (Inverse Rank-One Update-Formel) (mündlich)

Sei $H \in \mathbb{R}^{n,n}$ symmetrisch und positiv definit mit der Inversen $B = H^{-1}$. Die Rank-One Formel (siehe Übungsblatt 4 - Aufgabe) ist gegeben durch

$$H_+ = H + \frac{(y - Hs)(y - Hs)^T}{(y - Hs)^T s}.$$

Zeigen Sie, dass die zugehörige inverse Update-Formel gegeben ist durch

$$B_+ = B + \frac{(s - By)(s - By)^T}{(s - By)^T y}.$$

Hinweis: Benutzen Sie die Sherman-Morrison-Formel: Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ regulär sowie $a, b \in \mathbb{R}^n$. Falls $1 + b^T A^{-1} a \neq 0$, so ist die Matrix $A + ab^T$ regulär und es gilt:

$$(A + ab^T)^{-1} = \left(I - \frac{A^{-1} ab^T}{1 + b^T A^{-1} a} \right) A^{-1}$$

Aufgabe 20 (mündlich)

Erweitern Sie das Programm `generalgradientmethod` (siehe Homepage) um eine Routine für das BFGS-Verfahren. Testen Sie das Programm mit der Rosenbrock Funktion (Blatt 3 - Aufgabe 12) und vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen des Newton-Verfahrens.

Abgabe:

Die schriftlichen Übungsaufgaben sind bis spätestens **Mittwoch, den 28. November 2007, 15.00 Uhr** in den Einwurfschlitze Optimierungstheorie, neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes, einzuwerfen.

Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Die schriftlichen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich ausgearbeitet abgegeben werden. Bitte heften Sie die Blätter zusammen und schreiben Sie leserlich.

Service/Material:

Unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/opti222007w/>

finden Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort werden neben den aktuellen Übungsblättern in unregelmäßigen Abständen auch Übersichtsfolien zur Vorlesung bereitgestellt.

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Mi. 10.00-12.00 Uhr

Dipl.-Math. techn. Martin Sauter: Di. 10.00-11.30 Uhr oder nach Vereinbarung