



Optimierungstheorie I

Sommersemester 2008

Übungsblatt 5

Aufgabe 16

(schriftlich – 3 Punkte)

Betrachten Sie einen Würfel $M \subset \mathbb{R}^3$ mit Seitenlänge $a > 0$. Stellen Sie M in den Formen

$$M = \{x \in \mathbb{R}^m : Ax \leq b\} \quad \text{und} \quad M = \{x \in \mathbb{R}^p : Ax = b, x \geq 0\}$$

dar, wobei $m, p \in \mathbb{N}$ passend gewählt werden müssen. Geben Sie jeweils A und b an. Bestimmen Sie auch alle Seiten des Würfels, sowie jeweils das relative Innere und den relativen Rand der Seite.

Aufgabe 17

(schriftlich – 3 Punkte)

Betrachten Sie zu einem Polyeder $M \subset \mathbb{R}^n$ das lineare Programm

$$(P) \quad \text{Minimiere} \quad c^T x \quad \text{auf} \quad M.$$

mit $c \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie: Falls (P) Lösungen besitzt, ist die Lösungsmenge $M^* = \{x \in M : c^T x \leq c^T y \text{ für alle } y \in M\}$ eine Seite des Polyeders M .

Aufgabe 18

(schriftlich – 4 Punkte)

Es sei $A \in \mathbb{R}^{m,n}$, $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $l \in \mathbb{R}^n$, $l \geq 0$. Zeigen Sie, dass das duale Problem von

$$\text{Minimiere} \quad c^T x \quad \text{auf} \quad M' := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b, -l \leq x \leq l\}$$

äquivalent ist zu

$$\text{Maximiere} \quad b^T(y_1 - y_2) + l^T(y_3 + y_4) \quad \text{auf} \\ \{y \in \mathbb{R}^{2m+2n} : A^T(y_1 - y_2) + y_3 - y_4 = c, y \leq 0\}.$$

Aufgabe 19

(mündlich)

Bringen Sie das folgende Optimierungsproblem auf eine der Formen (P) oder (D) aus der Vorlesung und bestimmen Sie das zugehörige duale Problem.

Minimiere $x_1 + 2x_2 + x_3$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & \geq & 2, \\ -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 4, \\ 2x_1 & & & + & x_3 & \leq & 6, \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 2, \\ x_1 & , & x_2 & , & x_3 & \geq & 0. \end{array}$$

Aufgabe 20 (Diät-Problem)

(mündlich)

Bestimmen Sie das duale Programm des Diät-Problems aus Aufgabe 1 (Übungsblatt 1) und versuchen Sie dieses zu interpretieren, d.h. versuchen Sie der dualen Zielfunktion, sowie den dualen Nebenbedingungen eine Bedeutung zuzuordnen.

Termine:

Am **Freitag, 16. Mai** findet keine Übung sondern eine **Vorlesung** statt. Die **Übung** findet dafür am **Montag, 19. Mai** statt. Die schriftlichen Übungsaufgaben sind trotzdem bis Freitag, 12.00 Uhr abzugeben. Freitags in der Vorlesung werden dann auch die neuen Übungsblätter ausgeteilt.

Abgabe:

Die schriftlichen Übungsaufgaben sind bis spätestens **Freitag, den 16. Mai 2008, 12.00 Uhr** in den Einwurfschlitze Optimierungstheorie, neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes, einzuwerfen.

Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Die schriftlichen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich ausgearbeitet abgegeben werden. Bitte heften Sie die Blätter zusammen und schreiben Sie leserlich.

Homepage: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/optim12008s/>

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Mi. 10.00-11.30 Uhr

Dipl.-Math. techn. Martin Sauter: Di. 10.00-11.30 Uhr oder nach Vereinbarung