



Optimierungstheorie I

Sommersemester 2008

Übungsblatt 8

Aufgabe 29

(schriftlich – 5 Punkte)

Zu $A \in \mathbb{R}^{m,n}$, $c \in \mathbb{R}^n$ und $b \in \mathbb{R}^m$ sei das lineare Programm

$$(P) \quad \text{Minimiere } c^T x \quad \text{unter} \quad Ax = b, \quad x \geq 0,$$

gegeben, wobei $b \geq 0$ gelten soll. Weiterhin sei für $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$ das Hilfsproblem

$$(P') \quad \text{Minimiere } c^T x + \alpha e^T z \quad \text{unter} \quad Ax + z = b, \quad x \geq 0, \quad z \geq 0,$$

mit $e = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^m$ gegeben. Zeigen Sie:

- Es lässt sich sofort ein zulässiger Basisvektor für (P') angeben.
- Falls $\begin{pmatrix} x^* \\ z^* \end{pmatrix}$ eine Lösung von (P') mit $z^* = 0$, so ist x^* eine Lösung von (P) .
- Ist (P) lösbar, so gibt es ein $\alpha^* > 0$, so dass für $\alpha > \alpha^*$ gilt: Das lineare Programm (P') ist lösbar, und für jede Lösung $\begin{pmatrix} x^* \\ z^* \end{pmatrix}$ von (P') gilt $z^* = 0$.
- Versuchen Sie ausgehend von (a)-(c) einen Algorithmus zur Lösung von Problem (P) zu konstruieren, der lediglich Phase II des Simplex-Verfahrens benutzt.

Aufgabe 30

(schriftlich – 5 Punkte)

Betrachten Sie das lineare Programm

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiere} & 2y_1 + 2y_2 \quad \text{unter den Nebenbedingungen} \\ & 3y_1 + y_2 \leq 18, \\ & y_1 + 3y_2 \leq 12, \\ & -2y_1 \leq 2, \\ & y_1 - y_2 \leq 6 \end{array}$$

- Lösen Sie das Problem mit Phase II des Simplex-Verfahrens. Geben Sie dabei in jedem Schritt die entsprechende Basislösung an.
- Skizzieren Sie die zulässige Menge in \mathbb{R}^2 und zeichnen Sie die Folge der Basislösungen (reduziert auf die ersten beiden Komponenten) in die Grafik ein.

Aufgabe 31

(mündlich)

Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem mit Phase II des Simplex-Verfahrens.

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiere} & -3x_1 - x_2 - 3x_3 \quad \text{unter} \quad x \geq 0, \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ & -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq -5, \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6. \end{array}$$

Aufgabe 32

(mündlich)

Betrachten Sie zu $c \in \mathbb{R}^n$ das lineare Programm

$$(P) \quad \text{Minimiere } c^T x \quad \text{unter} \quad 0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Zeigen Sie, dass Phase II des Simplex-Verfahrens höchstens n Schritte zum Auffinden der Lösung benötigt.
- Formulieren Sie das duale Problem und überprüfen Sie, ob sich für dieses ebenfalls direkt Phase II anwenden lässt.

Abgabe:

Die schriftlichen Übungsaufgaben sind bis spätestens **Freitag, den 06. Juni 2008, 12.00 Uhr** in den Einwurfschlitze Optimierungstheorie, neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes, einzuwerfen.

Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Die schriftlichen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich ausgearbeitet abgegeben werden. Bitte heften Sie die Blätter zusammen und schreiben Sie leserlich.

Homepage: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/optim12008s/>

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Mi. 10.00-11.30 Uhr

Dipl.-Math. techn. Martin Sauter: Di. 10.00-11.30 Uhr oder nach Vereinbarung