



Optimierungstheorie I

Sommersemester 2008

Übungsblatt 9

Aufgabe 33

(schriftlich – 5 Punkte)

Betrachten Sie für $\beta \in \mathbb{R}$ das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ \beta \end{bmatrix}.$$

Überprüfen Sie für alle $\beta \in \mathbb{R}$ mithilfe von Phase I des Simplex-Verfahrens, ob das Gleichungssystem eine nicht-negative Lösung besitzt.

Aufgabe 34

(schriftlich – 4 Punkte)

Lösen Sie das lineare Programm

$$\begin{aligned} \text{Minimiere} \quad & -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 \quad \text{unter} \quad x \geq 0, \\ & x_1 + x_2 = 40, \\ & x_1 + x_3 = 30, \\ & x_2 + x_4 = 30, \\ & x_3 + x_4 = 20, \end{aligned}$$

mit dem 2-Phasen Simplex-Verfahren.

Aufgabe 35 (Sherman-Morrison-Woodbury-Formel) (schriftlich – 3 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $U \in \mathbb{R}^{n,m}$, $V \in \mathbb{R}^{m,n}$ und $C \in \mathbb{R}^{m,m}$. Die Matrizen A und C seien invertierbar und zudem gelte $\det(C^{-1} + VA^{-1}U) \neq 0$, sowie $\det(A + UCV) \neq 0$. Betrachten Sie die Matrixgleichungen für $X \in \mathbb{R}^{n,n}$ und $Y \in \mathbb{R}^{m,n}$:

$$AX + UY = I_n \quad \text{und} \quad VX = C^{-1}Y.$$

Dabei ist $I_n \in \mathbb{R}^{n,n}$ die Einheitsmatrix.

(a) Zeigen Sie die Identitäten

$$X = (A + UCV)^{-1} \quad \text{und} \quad X = A^{-1}(I - U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}).$$

(b) Leiten Sie aus (a) die Sherman-Morrison-Formel

$$(I + uv^T)^{-1} = I - \frac{uv^T}{1 + u^T v}$$

aus der Vorlesung ab. Hierbei sei $(1 + u^T v) \neq 0$.

Aufgabe 36

Das lineare Programm

(mündlich)

$$\begin{aligned} \text{Maximiere} \quad & -x_1 - 2x_2 + x_3 \quad \text{unter} \quad x \geq 0, \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 4, \\ & x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 6, \\ & x_1 + x_3 \leq 12. \end{aligned}$$

ist lösbar, aber die Lösung ist nicht eindeutig. Verwenden Sie unterschiedliche Pivotstrategien, um mindestens zwei Lösungen zu finden.

Abgabe:

Die schriftlichen Übungsaufgaben sind bis spätestens **Freitag, den 13. Juni 2008, 12.00 Uhr** in den Einwurfschlitze Optimierungstheorie, neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes, einzuwerfen.

Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Die schriftlichen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich ausgearbeitet abgegeben werden. Bitte heften Sie die Blätter zusammen und schreiben Sie leserlich.

Homepage: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/optim12008s/>

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Mi. 10.00-11.30 Uhr

Dipl.-Math. techn. Martin Sauter: Di. 10.00-11.30 Uhr oder nach Vereinbarung