

Optimierungstheorie (Sommer 2012)

1. Übungsblatt vom 20. April 2012

Aufgabe 1:

Eine Molkerei verarbeitet Milch zu Butter (B), Käse (K) und Joghurt (J). Dazu besitzt die Molkerei zwei Maschinen (M1) und (M2). Jede Maschine produziert aus einer Mengeneinheit (im Folgendem: ME) Milch unterschiedliche ME von B, K und J zu unterschiedlichen Kosten (in GE - Geldeinheiten):

- M1 mit Kosten 0.6 GE: 2 ME B, 2 ME K und 1 ME J,
- M2 mit Kosten 1 GE: 1 ME B, 2 ME K und 4 ME J.

Die Fabrik ist durch Lieferverträge dazu verpflichtet mindestens 3 ME B, 5 ME K und 4 ME J zu produzieren. Diese Mengen sollen nun so kostengünstig wie möglich hergestellt werden, d.h. es soll geklärt werden, wie viele ME Milch mit M1 und M2 verarbeitet werden sollen, um die Gesamtkosten so niedrig wie möglich zu halten.

Formulieren Sie das Optimierungsproblem und lösen Sie es graphisch.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \text{Maximiere} \quad & 3x_1 - x_3 \\ \text{unter} \quad & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ & x_1 - x_2 - x_3 \leq 1, \quad x_1 + x_3 \geq -1. \end{aligned}$$

Formulieren Sie das obige Optimierungsproblem in den beiden Standardformen

- (P1) Minimiere $c^\top x$ unter $Ax \leq b$,
- (P2) Minimiere $c^\top x$ unter $x \geq 0$ und $Ax = b$,

wobei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$ mit geeigneten Dimensionen $m, n \in \mathbb{N}$ sind.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie:

- (a) Die Menge $\text{conv}(S)$ mit

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

ist polyedral.

- (b) Die Menge

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}, r \leq 0, -\frac{1}{4}\pi \leq \phi \leq \frac{1}{2}\pi \right\}$$

ist ein endlich erzeugter Kegel ist.

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Freitag, den 27. April 2012, 13.30 Uhr** in den mit „Optimierungstheorie“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein oder geben Sie ihn zu Beginn der Übung beim Übungsleiter ab. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.