

Optimierungstheorie (Sommer 2012)

12. Übungsblatt vom 06. Juli 2012

Aufgabe 39: (3 Punkte)

Betrachten Sie zu einer konvexen Menge $K \subset \mathbb{R}^n$ und der konvexen Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ die konvexe Optimierungsaufgabe

$$(P) \quad \text{Minimiere } f(x) \quad \text{unter } x \in K.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Lösungsmenge $\{x \in K : f(x) \leq f(y) \text{ für alle } y \in K\}$ von (P) konvex ist.

(b) Sei f nun zusätzlich differenzierbar. Dann ist $x^* \in K$ genau dann Lösung von (P), falls

$$\nabla f(x^*)(x - x^*) \geq 0 \quad \text{für alle } x \in K$$

gilt.

Aufgabe 40: (4 Punkte)

Zeigen Sie (ohne Verwendung des Simplex-Verfahrens), dass das lineare Programm

$$(LP) \quad \text{Minimiere } 47x_1 + 93x_2 + 17x_3 - 93x_4 \quad \text{unter} \quad \begin{pmatrix} -1 & -6 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 3 & -10 & -1 \\ -6 & -11 & -2 & 12 \\ 1 & 6 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -8 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

eine eindeutige Lösung besitzt und diese durch $x^* = (1, 1, 1, 1)^\top$ gegeben ist.

Aufgabe 41: (3 Punkte)

Beweisen Sie die Bemerkung nach Definition 7.3:

Für zulässige Punkte $x \in \mathbb{R}^n$ kann die Bedingung ii) in der constraint qualification (CQ1) durch die äquivalente Bedingung ii') ersetzt werden:

$$\text{ii')} \quad \exists \hat{z} \in \mathbb{R}^n: \quad g'_i(x)\hat{z} < 0, \quad i \in I(x) = \{j \in \{1, \dots, p\} : g_j(x) = 0\}, \quad h'(x)\hat{z} = 0.$$

Aufgabe 42: (6 Punkte)

Betrachten Sie für $a \in \mathbb{R}^n$ mit $a > 0$ das Optimierungsproblem

$$(P) \quad \text{Minimiere } -\sum_{i=1}^n \ln(a_i + x_i) \quad \text{unter } x \geq 0, \quad e^\top x = 1.$$

(a) Erfüllen die zulässigen Punkte von (P) die constraint qualification (CQ1) ?

(b) Zeigen Sie, dass alle KKT-Punkte (x^*, u^*, v^*) von (P) durch

$$x_i^* = \max\left\{0, \frac{1}{v^*} - a_i\right\}, \quad u_i^* = v^* - \frac{1}{a_i + x_i^*}, \quad \sum_{i=1}^n \max\left\{0, \frac{1}{v^*} - a_i\right\} = 1$$

charakterisiert werden.

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Freitag, den 13. Juli 2012, 13.30 Uhr** in den mit „Optimierungstheorie“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein oder geben Sie sie zu Beginn der Übung beim Übungsleiter ab. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

SOMMERFEST 2012

Wir laden ein zum traditionellen Sommerfest der Fakultät für Mathematik am

Freitag, dem 13. Juli 2012.

Wie üblich findet das Fest auf dem Gelände des Sportinstituts statt.

Alle Mitglieder der Fakultät für Mathematik sind herzlich dazu eingeladen, Gäste sind willkommen.

Den Auftakt bildet in diesem Jahr erstmals ein Fußballturnier mit vier Instituts-Mannschaften, bestehend aus Dozenten und Studierenden.

Anstoß des Fußballturniers: 17.30 Uhr.

Nach dem Spiel können wir am Tennishaus grillen und feiern. Getränke und Brot werden wieder bereit gestellt, aber Grillgut (Würstchen, Steaks, . . .) soll sich jeder selbst mitbringen. Begleitet wird das abendliche Fest wieder von einem musikalischen Programm unter der bewährten Leitung von Prof. Henze.

Wir hoffen wieder auf rege Beteiligung, gutes Wetter und ein fröhliches Fest.