

## Optimierungstheorie (Sommer 2012)

### 3. Übungsblatt vom 04. Mai 2012

#### Aufgabe 7: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jede nichtleere abgeschlossene konvexe Menge  $M \subsetneq \mathbb{R}^n$  gilt:

$$M = \bigcap_{M \subset H \text{ abgeschl. Halbraum}} H.$$

*Hinweis:* Verwenden Sie den Trennungssatz.

#### Aufgabe 8: (4 Punkte)

Sei  $\emptyset \neq K \subset \mathbb{R}^n$  abgeschlossen und konvex, sowie  $\emptyset \neq M \subset \mathbb{R}^n$  kompakt und konvex. Zudem seien die Mengen disjunkt, d.h.  $K \cap M = \emptyset$ . Zeigen Sie:

- (a) Die Menge  $K - M = \{x \in \mathbb{R}^n : x = y - z, y \in K, z \in M\}$  ist abgeschlossen und konvex.
- (b) Die Mengen  $K$  und  $M$  lassen sich strikt trennen, d.h. es existiert ein Vektor  $a \in \mathbb{R}^n$ ,  $a \neq 0$  und ein Skalar  $\gamma \in \mathbb{R}$  mit

$$a^T y < \gamma < a^T z \quad \text{für alle } y \in K \text{ und für alle } z \in M.$$

#### Aufgabe 9: (4 Punkte)

Sei  $M = \{x \in \mathbb{R}^6 : Ax = b, x \geq 0\}$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & -4 & 2 & 1 & 2 & 5 \\ 10 & -1 & -4 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

- (a) Gibt es Ecken  $x$  von  $M$  mit  $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ ?
- (b) Gibt es Ecken  $x$  von  $M$  mit  $x_4 = x_5 = x_6 = 0$ ?

#### Aufgabe 10: (4 Punkte)

Die Winkel in einem Dreieck seien mit  $\alpha, \beta, \gamma$  bezeichnet und es sei  $90^\circ \geq \alpha \geq \beta \geq \gamma \geq 0$ . Unter allen Möglichkeiten ist das Tripel  $(\alpha, \beta, \gamma)$  gesucht, für welches

$$f(\alpha, \beta, \gamma) = \min\{\gamma, \beta - \gamma, \alpha - \beta, 90^\circ - \alpha\}$$

maximal ist. Formulieren Sie dieses Problem als lineares Optimierungsproblem in den beiden Standardformen (P1) und (P2).

*Hinweis:* Führen Sie eine geeignete Hilfsvariable ein und versuchen Sie diese zu maximieren.

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Freitag, den 11. Mai 2012, 13.30 Uhr** in den mit „Optimierungstheorie“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein oder geben Sie sie zu Beginn der Übung beim Übungsleiter ab. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.