

Proseminar  
**Optimierungsmethoden**  
Sommersemester 2017

Das Proseminar richtet sich an Studierende ab dem dritten Semester. Als Optimierungsproblem bezeichnen wir die Suche nach einem Minimierer einer Kostenfunktion  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , also

$$(P) \quad \text{Finde } x^* \in \mathbb{R}^n \text{ mit } f(x^*) \leq f(x) \text{ für alle } x \in M \subset \mathbb{R}^n.$$

Ist die Menge zulässiger Punkte nicht eingeschränkt, also  $M = \mathbb{R}^n$ , und die Kostenfunktion  $f$  nichtlinear, so sprechen wir von einem *unrestringierten nichtlinearen Optimierungsproblem*. Solche Probleme treten in vielen Bereichen der Natur- und Wirtschaftswissenschaften auf.

Grundlage des Proseminars ist das Buch "Nichtlineare Optimierung", 1. Auflage, von Walter Alt, auf das sich die nachfolgenden Kapitelangaben beziehen. Das Buch kann in der Bibliothek eingesehen und (in sehr begrenzter Stückzahl) ausgeliehen werden.

Wir bieten Vorträge in den folgenden Themenbereichen an:

**Theorie unrestringierter Optimierungsprobleme (2 Vorträge):** In diesen Vorträgen werden Eigenschaften verschiedener Klassen von Optimierungsproblemen (z.B. quadratische und konvexe Optimierungsprobleme) vorgestellt. Weiter werden notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz von lokalen oder globalen Lösungen untersucht.

*Literatur:* Kapitel 1 und 3.

**Ableitungsfreie Verfahren:** Ableitungsfreie Verfahren sind iterative heuristische Verfahren zur Lösung von (P), die nicht auf der Verwendung einer Ableitung der Kostenfunktion  $f$  basieren. Im Vortrag werden solche Verfahren motiviert und vorgestellt und ihre Konvergenzverhalten anhand von Beispielen betrachtet.

*Literatur:* Kapitel 2.

**Newton-Verfahren** In diesem Vortrag wird das (mehrdimensionale) Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung im Zusammenhang mit Optimierungsproblemen vorgestellt und seine Konvergenzeigenschaften untersucht.

*Literatur:* Kapitel 4.1 und 4.3. (2. Auflage: Kapitel 4.1 und 4.3.1.)

**Abstiegs- und Schrittweitenverfahren (3 Vorträge)** Abstiegs- und Schrittweitenverfahren sind iterative Verfahren, die sich in eine (lokale) Abstiegsrichtung der Kostenfunktion bewegen und so ihren Funktionswert „schrittweise“ verkleinern. Ob und wie schnell solche Verfahren gegen ein (lokales) Minimum der Kostenfunktion konvergieren, hängt von Eigenschaften der Kostenfunktion sowie von der Wahl der Abstiegsrichtung und der Schrittweite in diese Richtung ab. In diesen Vorträgen werden theoretische Anforderungen an solche Verfahren formuliert und für verschiedene Verfahren untersucht.

*Literatur:* Kapitel 4.4 - 4.6. (2. Auflage: Kapitel 4.2.)

**Gedämpftes Newton-Verfahren** Das gedämpfte Newton-Verfahren ist ein Newton-Verfahren mit Schrittweitensteuerung. Ziel ist es, durch Anpassung der Schrittweite den Konvergenzradius des Newton-Verfahrens zu erhöhen. In diesem Vortrag wird daher eine Verbindung zwischen dem Newton-Verfahren und den Schrittweiten- und Abstiegsverfahren hergestellt.

*Literatur:* Kapitel 4.7 und 4.5 (2. Auflage: Kapitel 4.3.2 und 4.2.7.)

**Quasi-Newton-Verfahren** Beim Newton-Verfahren und gedämpften Newton-Verfahren muss in jeder Iteration zur Bestimmung der Suchrichtung die 2. Ableitung der Kostenfunktion berechnet werden. Ist dies zu aufwendig, kann sie durch geeignete Updates in jeder Iteration approximiert werden. So gelangt man zu Quasi-Newton Verfahren. Auch für diese Verfahren lassen sich Konvergenzeigenschaften nachweisen.

*Literatur:* Kapitel 4.8 (2. Auflage: Kapitel 4.3.5.)

**CG-Verfahren** Die Idee des Verfahrens konjugierter Gradienten (conjugate gradients, CG) ist es, in jeder Iteration linear unabhängige und – bezüglich eines bestimmten Skalarprodukts – orthogonale Suchrichtungen zu verwenden und so die Konvergenzgeschwindigkeit erheblich zu beschleunigen. Im Gegensatz zu Quasi-Newton-Verfahren müssen hierzu keine Update-Matrizen gespeichert werden. In diesem Vortrag wird das Verfahren vorgestellt und auf Konvergenzeigenschaften untersucht.

Grundlage: Kapitel 4.9 (2. Auflage: Kapitel 4.2.3 und 4.2.9) und Skript Rieder.

**Trust-Region-Verfahren (2 Vorträge)** Die Idee von Trust-Region-Verfahren ist es, die Kostenfunktion lokal durch eine „einfachere“ Funktion zu approximieren und eine Abstiegsrichtung und -schrittweite für diese zu bestimmen. Die „Trust-Region“ gibt an, in welcher Umgebung die Approximation der Kostenfunktion hinreichend gut ist. In diesen Vorträgen wird das Verfahren motiviert und vorgestellt und Konvergenzresultate untersucht.

*Literatur:* Kapitel 4.10 und 4.11.1 (2. Auflage: Kapitel 4.4.)