

Proseminar im Wintersemester 2024/25

Unrestringierte Optimierung

Das Proseminar richtet sich an Studierende ab dem dritten Semester. Als Optimierungsproblem bezeichnen wir die Suche nach einem Minimierer einer Kostenfunktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, also

$$\text{Finde } x^* \in M \subset \mathbb{R}^n \text{ mit } f(x^*) \leq f(x) \text{ für alle } x \in M.$$

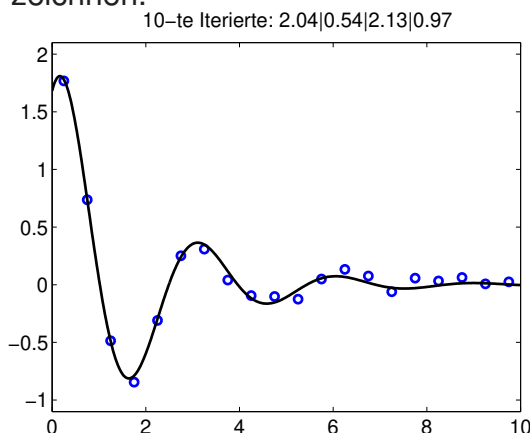
Ist die Menge zulässiger Punkte nicht eingeschränkt, also $M = \mathbb{R}^n$, und die Kostenfunktion f nichtlinear, so sprechen wir von einem *unrestringierten nichtlinearen Optimierungsproblem*. Solche Probleme treten in vielen Bereichen der Natur- und Wirtschaftswissenschaften auf, z.B. beim Maschinellen Lernen zum Trainieren eines künstlichen neuronalen Netzes.

Wir untersuchen nicht nur hinreichende und notwendige Bedingungen zur Charakterisierung lokaler Minima von f (Optimalitätsbedingungen), sondern konstruieren und analysieren auch Algorithmen zu ihrer Berechnung.

Beispiel: Wir messen zu 20 Zeiten t_1, \dots, t_{20} die zugehörigen Amplituden A_i einer Schwingung (z.B. eines Gebäudes, einer Maschine oder einer Stromstärke in einem elektrischen System). Eine gedämpfte Schwingung wird durch die Funktion

$$A(t) = x_1 \exp(x_2 t) \sin(x_3 t + x_4)$$

modelliert, die nichtlinear von 4 Parametern $x = (x_1, \dots, x_4)^\top$ abhängt, wobei x_1 den Amplitudenfaktor, x_2 die Dämpfung, x_3 die Kreisfrequenz und x_4 den Phasenwinkel bezeichnen.



Bestimmen wir die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate, dann werden wir auf ein obiges Optimierungsproblem geführt mit $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sum_{i=1}^{20} (x_1 \exp(-x_2 t_i) \sin(x_3 t_i + x_4) - A_i)^2.$$

In der Graphik sind die Meßwerte als blaue Kringle markiert. Die schwarze Kurve stellt die Schwingung A dar, die ihnen am besten folgt.

Voraussetzungen: Module des 1. Bachelorjahres.