

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen

Übungsblatt 4

13.05.2015

Aufgabe 11 (gemischte Finite Elemente)

Denken Sie daran, das Programm zu updaten (`svn up` im Verzeichnis `M++`). Mittels Diskretisierung des bekannten Modellproblems der Regenwassereinsickerung mit gemischten Finiten Elementen erhalten wir ein Sattelpunktproblem, welches auf ein lineares Gleichungssystem der Form

$$\begin{aligned} Aq + Bu &= g \\ B^T q &= 0 \end{aligned}$$

mit Matrizen

$$\begin{aligned} A[f, f'] &= \int_{\Omega} \kappa^{-1} \psi_f \cdot \psi_{f'} dx \\ B[f, K] &= \int_K \operatorname{div} \psi_f dx \end{aligned}$$

führt.

Verwenden Sie im Folgenden die Konfigurationsdatei `mixed.conf`. Achten Sie darauf, dass in der Konfigurationsdatei `m++conf` (ohne `.`) `loadconf=mixed.conf` gesetzt ist.

Zum Lösen des Sattelpunktproblems können Sie die gemischten Finite Elemente mit Hilfe von `Model=Mixed` in der `mixed.conf` auswählen.

- Verifizieren Sie, dass die Ein- und Ausflussbedingung für `Problem=Simple` und insbesondere für `Problem=Discontinuous` exakt erfüllt werden.
- Der Fehler des Sattelpunktproblems kann abgeschätzt werden durch

$$\|q - q_h\| \leq C \|q_h - \kappa \nabla u_h\|,$$

wobei u_h die Approximation des Modellproblems wie in Aufgabe 4) bezeichnet, d. h. durch lineare Finite Elemente. Mit Hilfe von `Model=DualPrimal` wird der Fehler $\|q_h - \kappa \nabla u_h\|$ berechnet und unter `dual-primal Error` ausgegeben.

Erstellen Sie zu folgenden Problemstellungen 1)-3) Fehlertabellen und ermitteln Sie jeweils die Konvergenzrate s (wobei $\|q - q_h\| = O(h^s)$ mit der Ortsschrittweite $h_l = 2^{-l} h_0$ auf Verfeinerungslevel l):

- Problem = Simple
Mesh = Square500
- Problem = Discontinuous
Mesh = Square500
- Problem = Simple2
Mesh = Square

Hierbei beschreibt `Problem=Simple2` einen linearen Zufluss am Einflussrand ($\nabla u(x, y) \cdot n = -1 - x$ für $y = 1$).

Aufgabe 12 (freiwillige Aufgabe: hybride Finite Elemente)

Wiederholen Sie die Rechnungen mit Hybriden Finiten Elementen (verwenden Sie dazu die Datei `hybrid.conf` und ändern Sie dabei die Konfigurationsdatei in `m++conf`, jeweils im Verzeichnis `Praktikum/conf`). Verifizieren Sie, dass die Lösungen identisch sind. Vergleichen Sie dabei die Funktionalität der linearen Löser.

Aufgabe 13 (Praktikumsbericht # 2)

Geben Sie für den zweiten Praktikumsbericht eine kurze Zusammenfassung zu den gemischten Finiten Elementen, sowie deren Ergebnisse an.

Dieser soll bis zum 02. Juni eingereicht werden.

Infos: Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/wissrech2015s/> finden Sie die Homepage zur Vorlesung.

Das Praktikum findet im Seminarraum -1.031 zu folgenden Zeiten statt:

Mittwoch 14:00-15:30 Uhr

Donnerstag, 9:45-11:15 Uhr

Montag, 9:45-11:15 Uhr (Ausweichtermin, falls Donnerstag ein Feiertag ist)