

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen

Übungsblatt 6

03.06.2015

Aufgabe 16 (Finite Volumen und Discontinuous Galerkin)

Wir betrachten zu einem gegebenen divergenzfreien Vektorfeld q die lineare Transportgleichung als Rand-Anfangswertproblem (RAWP), `Model = DGTransport`,

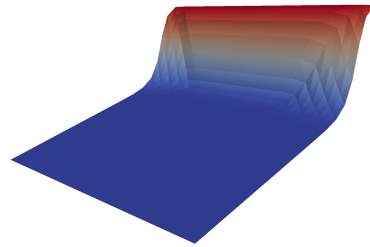
$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho q) &= 0 \quad \text{in } [0, T] \\ \rho(0) &= \rho_0 \quad \text{in } \Omega \\ \rho &= \rho_{\text{in}} \quad \text{auf } \Gamma_{\text{in}} = \{x \in \partial\Omega : q \cdot n < 0\} \times [0, T] \end{aligned}$$

welches mit Hilfe des Finite Volumen- bzw. discontinuous Galerkin Verfahrens gelöst werden soll.

Wir betrachten die Probleme:

Problem A:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{in}} &\neq 0 \\ \rho_0 &= 0 \end{aligned}$$

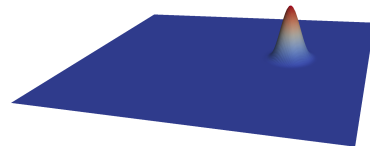


`Problem = Riemann`

Problem B:

$$\rho_0(x, y) = \begin{cases} (\cos(2/3\pi \cdot r) + 1)^2 & r = \left| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.5 \\ 2.5 \end{pmatrix} \right| < 3/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{in}} = 0$$



`Problem = Circle_Wave`

Der Anfangsimpuls soll entlang der Flussrichtung $q = (q_1, q_2)^T$ bis zum Endzeitpunkt T transportiert werden.

Als Lösungsverfahren zur Zeitintegration können zwei unterschiedliche Verfahren verwendet werden:

- `rkorder = 4` (explizites Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung 4)
- `rkorder = -2` (implizite Mittelpunktsregel)

a) Betrachten Sie das Randwertproblem `riemann.conf` mit den Einstellungen $T = 15$ und `Problem = Riemann`, welches einen vertikalen Fluss $q = (0, -1)^T$ beschreibt.

Vergleichen Sie die transportierte Energie für die Raumdiskretisierung `disc_dG_vector = dGvector_transport_FV` auf dem Gitter `Mesh=Square4` für die Zeitintegratoren `rkorder = 4`, `rkorder = -2`. Erstellen Sie dazu Tabellen mit der Energie (`Energy(u_h)`) zum Zeitpunkt unmittelbar nach vollständigem Einfluss und vor Beginn des Ausfluss für die Verfeinerungslevel `level = 3,4,5,6` und den Zeitschrittweiten `dt = 0.25, 0.125, 0.0625, 0.03125`:

<code>level\dt</code>	0.25	0.125	0.0625	0.03125
3				
4				
5				
6				

b) Betrachten Sie das Anfangswertproblem `transport.conf` mit den Einstellungen $T = 1$ und `Problem = Circle_Wave`, welches einen konzentrischen Fluss $q = 2\pi(-y, x)^T$ beschreibt.

Erstellen Sie Tabellen für die transportierte Energie zum Anfangs- und Endzeitpunkt für folgende Einstellungen mit `Mesh=Square-10x10`:

- Raumdiskretisierung: `disc_dG_vector = dGvector_transport_FV`,
Zeitintegratoren: `rkorder = 4`, `rkorder = -2`,
Verfeinerungslevel: `level = 4,5,6`,
Zeitschrittweiten: `dt = 0.00625, 0.003125, 0.0015625`.
- Raumdiskretisierungen: `disc_dG_vector = dGvector_transport_P2`
Zeitintegratoren: `rkorder = 4`, `rkorder = -2`,
Verfeinerungslevel: `level = 4,5`,
Zeitschrittweiten: `dt = 0.0015625, 0.00078125`.

Führen Sie das Programm immer mit $N = 4$ Prozessoren aus. Erstellen Sie zudem für ausgewählte Beispiele Plots zu geeigneten Zeitpunkten. Interpretieren Sie die Ergebnisse aus den Tabellen. Setzen Sie `plot_tStep` auf einen geeigneten Wert (siehe Konfigurationdatei).

Infos: Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/wissrech2015s/> finden Sie die Homepage zur Vorlesung.

Das Praktikum findet im Seminarraum -1.031 zu folgenden Zeiten statt:

Mittwoch 14:00-15:30 Uhr

Donnerstag, 9:45-11:15 Uhr

Montag, 9:45-11:15 Uhr (Ausweichtermin, falls Donnerstag ein Feiertag ist)