

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen

Übungsblatt 9

11.06.2014

Aufgabe 16 (Kreisbewegung)

Betrachten Sie die lineare Transportgleichung

$$d_t \rho + \operatorname{div}(p q) = 0 \quad \text{in } [0, T]$$

$$\rho(0) = \rho_0$$

mit einem divergenzfreien Vektorfeld q .

In diesem Fall soll ein Kegel mit Mittelpunkt $(5, 0)$ innerhalb der Zeit $T = 1$ einmal um den Punkt $(0, 0)$ im mathematisch positiven Sinn rotieren. Dazu soll ein Problem `Circle_Wave_2D` in der Datei `DGTransport.h` wie folgt programmiert werden:

- Verwenden Sie für dieses Problem in der Konfigurationsdatei `Mesh = Square-20x20` und `Problem = Circle_Wave` (das Problem selbst muss noch erstellt werden!).
- Gehen Sie von der Klasse `Spherical_Wave_2D` aus und erstellen Sie mit Hilfe dieser eine neue Klasse `Circle_Wave_2D`. Ändern Sie zuerst alle offensichtlichen Grundfunktionen ab, insbesondere soll die Klasse den Namen `Circle Wave` zurückgeben.
- In der Funktion `ut` können die Startwerte für ρ_0 gesetzt werden. Dazu wählen Sie einen Kegel ähnlich zum Problem `Spherical_Wave_2D`, welcher in der Koordinate `Point(5.0,0.0)` seine Spitze mit Wert 4.0 und den Radius 2.0 besitzt (alle anderen Werte werden auf 0.0 gesetzt). Außerdem soll die Funktion die Kegelposition zum Zeitpunkt t ebenso zurückgeben. Ändern Sie dazu insbesondere die Definition von `Pmid` der den Mittelpunkt des Kegels beschreibt.
- Programmieren Sie eine Funktion


```
virtual VectorField B (const Point& x) const { ... }
```

 (die Ursprungsfunktion wird in Zeile 233 deklariert und soll in der Klasse `Circle_Wave_2D` überladen werden). Das Vektorfeld soll den Kegel (beziehungsweise das gesamte Feld) im mathematisch positiven Sinn gleichmäßig drehen.

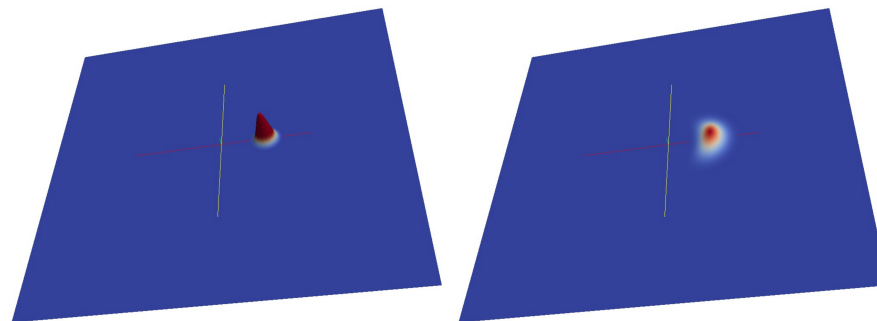


Abbildung 1: Plot der Welle zum Startzeitpunkt (links) bzw. Endzeitpunkt (rechts) mit Verfeinerungslevel 8 und Zeitschrittweite 0.0125. Berechnung mit polynomialer Krylov-Arnoldi-Methode.

Wählen Sie als Winkelgeschwindigkeit $\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi \end{pmatrix}$ mit der z -Achse als Rotationsachse.

- Fügen Sie den Aufruf der Funktion `Circle_Wave_2D` in der Funktion `ProblemTransport* GetProblemTransport(...)` hinzu.

Testen Sie Ihre Programm, indem Sie es mit der Endzeit $T=1.0$ ausführen. Verwenden Sie als Zeitintegrator die polynomiale Krylov-Arnoldi-Methode, d.h. `rkorder=1000`. Von der Korrektheit des Programms können Sie sich mit Hilfe der Plots überzeugen. Der (nun abgeflachte) Kegel sollte sich zur Endzeit wieder an seinem ursprünglichen Platz befinden. Erstellen Sie eine Animation (`File -> Save Animation`) mit der Länge 4 Sekunden.

Erstellen Sie einen Praktikumsbericht mit den Ergebnissen dieses und des letzten Übungsblatts. Dabei soll die programmierte Klasse dargestellt werden. Erstellen Sie weiterhin eine Tabelle mit dem Fehler zum Zeitpunkt 0.05, 0.5 und 1.0 für verschiedene Verfeinerungslevel und unterschiedliche Zeitschrittweiten. Schicken Sie diesen Bericht inklusive der Animation an den Übungsleiter.

Homepage und Praktikumszeiten finden Sie auf den anderen Übungsblättern - hier war kein Platz mehr :)