

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen
Übungsblatt 12

02.07.2014

Aufgabe 18 (Reaktions-Diffusions-Gleichung)

Wir betrachten die Reaktions-Diffusions-Gleichung

$$\partial_t c = \operatorname{div}(K \nabla c - cq) + r(c)$$

mit

Anfangsbedingung	$c(x, 0) = c_0(x)$	$x \in \Omega$
Dirichlet-Randbedingung	$c(x, t) = c_D(x, t)$	$x \in \Gamma_D \subset \partial\Omega, \quad t \in [0, T]$
Neumann-Randbedingung	$K \nabla c \cdot n = g_N$	$x \in \Gamma_N$
Robin-Randbedingung	$K \nabla c \cdot n + \alpha c = g_R$	$x \in \Gamma_R$

mit $\alpha: \Gamma_R \rightarrow \mathbb{R}$, $\partial\Omega = \Gamma_D \dot{\cup} \Gamma_N \dot{\cup} \Gamma_R$.

Hierbei beschreibt $q: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$ den Flussvektor mit $\operatorname{div} q = 0$, $r: \Omega \times [0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die Reaktionsrate und $K: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ den Diffusionstensor. Gesucht ist die Konzentration eines Stoffes $c: \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$.

Im Folgenden sei $\Omega = (0, 1)^2$ (**Mesh=Square**), in welchem eine Bakterienkolonie zum Zeitpunkt $t = 0$ wie in Abbildung 1 gegeben ist.



Abbildung 1: Startbedingung der Bakterienkolonie

Als Reaktionsterm r wählen wir

$$r(c) = Rc$$

mit $R = \text{const}$ (**Reaction=...**). Für den Diffusionstensor K gilt $K = k \cdot I$ (**Diffusion=...**). Als Fluss q verwenden wir das Vektorfeld $q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Weiterhin setzen wir **T=2**, **Discretization=quadratic**, **level=6** und **dt=0.025**.

Vergleichen Sie die Masse zum Zeitpunkt $t = 0.5, 1, 1.5$ für unterschiedliche Reaktionskonstanten (z.B. **Reaction = -5, -1, 1, 5**), sowie verschiedene Diffusionskonstanten (z.B. **Diffusion = 0.0001, 0.001, 0.1**).

Erstellen Sie weiterhin eine Grafik wie im letzten Bericht für ausgewählte Beispiele für den Durchfluss der Bakterien am unteren Rand in Abhängigkeit der Zeit t .

Interpretieren Sie die Ergebnisse.

Infos: Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/wr2014s/> finden Sie die Homepage zur Vorlesung.

Das Praktikum findet im Seminarraum K1 zu folgenden Zeiten statt:

Mittwoch, 15:45-17:15 Uhr

Donnerstag, 9:45-11:15 Uhr

Montag, 9:45-11:15 Uhr (Ausweichtermin, falls Donnerstag ein Feiertag ist)