

**Schnupperkurs Mathematik 2019**

**Verschlüsselung - Von Caesar bis zum TXDQWHQFRPSXWHU  
Übungsblatt 3**

**Aufgabe 1 (Teilbarkeitsregeln)**

(2+2 Punkte)

Gegeben sind drei natürliche Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $d$ . Zeige:

- (a) Wenn  $d \mid a$  gilt, so gilt auch  $d \mid ab$ .
- (b) Wenn  $d \mid a$  und  $d \mid b$  gilt, so gilt auch  $d^2 \mid ab$ .

**Aufgabe 2 (Größter gemeinsame Teiler)**

(2+2 Punkte)

- (a) Berechne  $\text{ggT}(143, 277)$  und  $\text{ggT}(306, 658)$ .
- (b) Die Zwerge Hinz und Kunz leben in einer Märchenwelt, in der es eine seltsame Währung gibt. Statt Ein- und Zweieuro Münzen, gibt es silberne 21-Taler-Stücke und goldene 52-Taler-Stücke. Hinz schuldet Kunz genau einen Taler und möchte ihm diesen zurückgeben. Allerdings sind in seinem Beutel nur 21-Taler-Stücke zu finden, Kunz hingegen besitzt nur 52-Taler-Stücke. Wie kann Hinz seine Schulden begleichen?

**Aufgabe 3 (Rechenregeln für den ggT)**

(2+2 Punkte)

Gegeben sind drei natürliche Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $d$ . Beweise:

- (a) Gilt  $d \mid a$  und  $d \mid b$ , dann gilt auch  $d \mid \text{ggT}(a, b)$ .
- (b) Gilt  $g = \text{ggT}(a, b)$ , so sind  $\frac{a}{g}$  und  $\frac{b}{g}$  natürliche teilerfremde Zahlen.

**Aufgabe 4 (Das Sieb des Eratosthenes)**

(2+2 Punkte)

Mithilfe des Sieb des Eratosthenes lassen sich leicht die Primzahlen bestimmen, die kleiner als eine vorgegebene Zahl  $N$  sind: Dazu schreibt man alle Zahlen von  $1, \dots, N$  zunächst in eine Liste. Dann beginnt man Zahlen zu streichen. Zuerst alle Vielfachen der Zwei – außer die Zwei –, dann alle Vielfachen der nächstgrößeren Primzahl – auch diese Primzahl streicht man nicht – usw. Die Zahlen, die am Ende übrig bleiben, sind dann die gesuchten Primzahlen.

- (a) Probiere den Algorithmus für  $N=120$ .
- (b) Wann kannst du für ein allgemeines  $N$  aufhören, weil du bereits alle gesuchten Primzahlen gefunden hast? Begründe deine Antwort!

---

**Beachte:** Wir besprechen die Aufgaben in der nächsten Vorlesung.

**Infos:** <http://www.math.kit.edu/ianm3/~dweiss/seite/schnuppernmathe2019/>